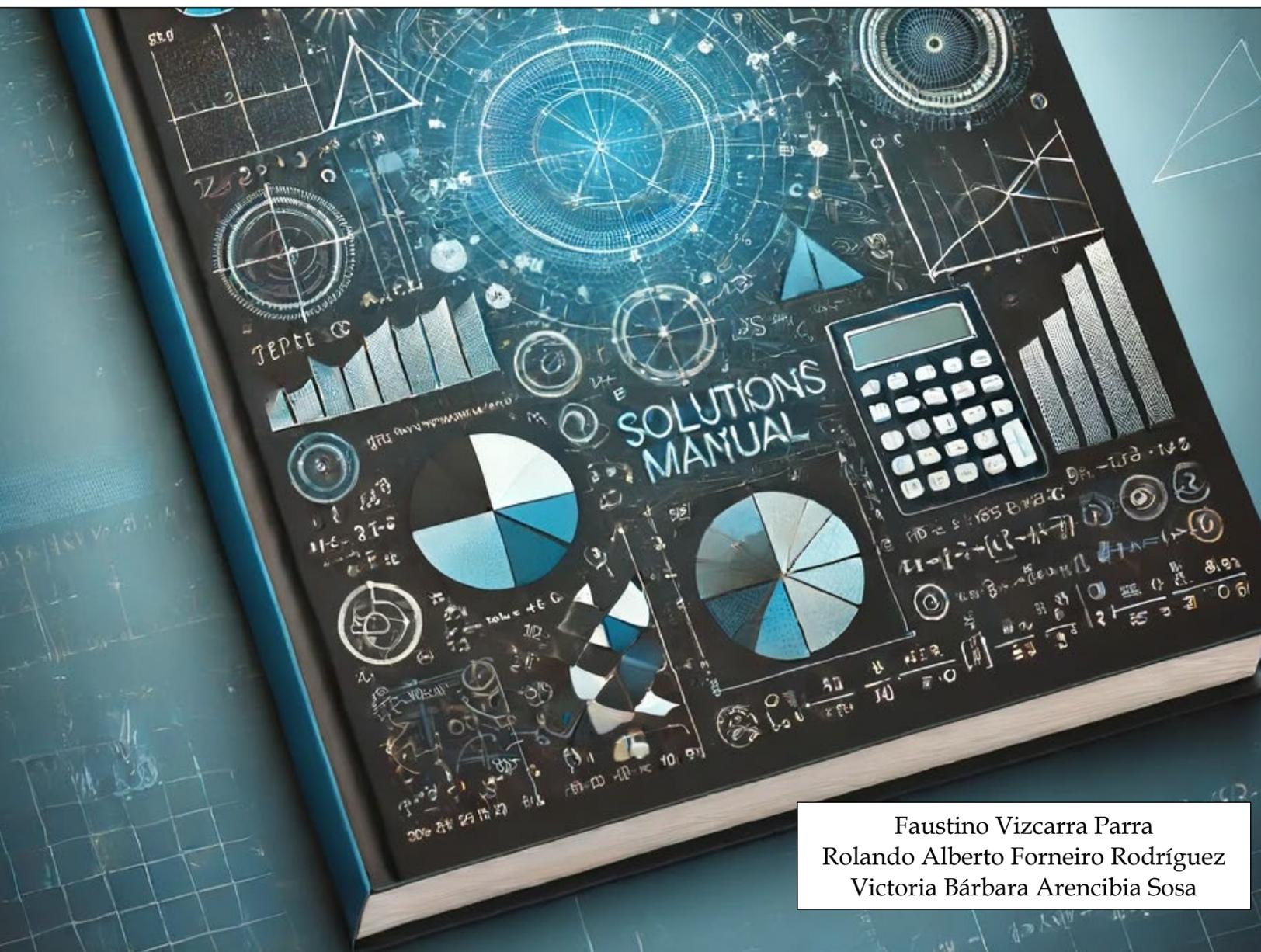




Pensamiento Matemático I

Soluciones de las actividades de aprendizaje

Bachillerato escolarizado de la UAS



Faustino Vizcarra Parra
Rolando Alberto Forneiro Rodríguez
Victoria Bárbara Arencibia Sosa

Presentación

Las soluciones de las actividades de aprendizaje propuestas en la Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) Pensamiento Matemático I, correspondiente al primer semestre del componente fundamental y extendido del plan de estudios del Currículo del bachillerato de la Universidad Autónoma de Sinaloa (UAS) 2024 es una herramienta valiosa para los docentes en su preparación para acompañar a sus alumnos en la apasionante tarea de desarrollar su pensamiento matemático, en particular un pensamiento probabilístico y estadístico. Las soluciones que se presentan para cada actividad de aprendizaje son el resultado de un esfuerzo colectivo de profesores dedicados con mucho empeño a guiar el proceso de desarrollo del pensamiento matemático de sus estudiantes.

Las soluciones se presentan por Progresiones de Aprendizaje y para que los estudiantes logren un aprendizaje de trayectoria específico se han propuesto actividades variadas, que incluyen entre otras: preguntas abiertas, ejercicios típicos de esta área del conocimiento matemático, de los cuales algunos son resueltos con el apoyo de las tecnologías como calculadoras, hojas de cálculo, programas informáticos, aplicaciones del celular y con el uso de la Inteligencia Artificial y se dedica atención especial a la resolución de problemas para lo que se ha tenido en cuenta las fases propuestas por Polya, matemático húngaro.

Las cuatro fases para resolver un problema según Polya:

1. Comprender el problema. Identificar la incógnita, los datos y las condiciones del problema.
2. Concebir un plan. Buscar un problema similar o una estrategia que se pueda aplicar al problema.
3. Ejecutar el plan. Seguir los pasos del plan y observar los resultados.
4. Visión retrospectiva. En esta fase se reflexiona sobre si en realidad se obtuvo una solución, o de si existen aproximaciones más sencillas, o que pongan en juego otro tipo de contenidos.

Es necesario tener en cuenta que siempre que ha sido posible se presenta más de una vía de solución para la misma actividad. Las preguntas abiertas han sido respondidas a modo de ejemplo, pues sería muy difícil presentar la enorme variedad de posibles respuestas teniendo en cuenta el contexto del que la responde y el respeto absoluto a la diversidad.

Nuestro agradecimiento y respeto a todas y todos los que han dedicado una parte de su valioso tiempo para que este solucionario esté en manos de los docentes.

Colaboradores:

Paloma Sandoval Gámez	UAP C. U. Mochis
José Humberto Romero Fitch	
Christian Marcel López Nieblas	
Ramiro Amezcua Reyes	
Heriberto Carlos Ayala Cruz	
Oscar Mauricio Heredia Ruiz	
Horacio Gabriel López Ramírez	
María del Pilar Madrid Solís	
Clarissa López Aboyte	UAP Casa Blanca
Jorge Aldivar Contreras Espinoza	
Lorena Leal Montoya	
María Del Rosario Llanes Molinero	
Luis Felipe Flores Tirado	UAP Dr. Salvador Allende
Adán Meza Sánchez	UAP El Rosario
Jorge Ramos Martínez	UAP Escuinapa
Juana María Armenta Trasviña	UAP Guasave Diurna
Silvia Bojórquez Soto	
Reyna Jesús Trasviña López	
César Pilar Quintero Campos	UAP La Cruz
Martín Luna Belmar	
Abril Liseth Fierro Romero	
Jesús Antonio García Duarte	UAP Los Mochis
Yadira Esmeralda Gutiérrez Esquivel	
Adriana Gutiérrez García	
Edith Ivett Ocampo Manjarrez	
Paola Elifelet Reyes Álvarez	
Erick Eduardo Romero Gómez	
Zayto Baltazar Peñuelas Borboa	
Izeth Sarai Rivera Diaz	UAP Los Mochis Extensión Macapule
Asia Cecilia Carrasco Valenzuela	UAP Rubén Jaramillo
Iliana Tirado Olivas	
Eva Edith Verdugo Serrano	UAP Ruiz Cortines
Alma Rosario Gámez Vázquez	
Daniela Castro Miranda	
Jorge Radney Montgomery Leyva	UAP Valle del Carrizo
Ramón Chávez Valenzuela	UAP Central Diurna
Anarelli Corona Cárdenas	UAP Victoria del Pueblo
Fernando Tomás Gil Camacho	
Yoanna Marisol Mercado Lizarde	UAP Vladimir Ilich Lenin
María Esther Franco González	
Carmen Leonor Castro Millán	
Fernando Eleazar Acosta Cruz	DGEP

Contenido

Progresión de aprendizaje 1. La variabilidad en la toma de decisiones	5
Progresión de aprendizaje 2. La incertidumbre como consecuencia de la variabilidad.	12
Progresión de aprendizaje 3 El cálculo de probabilidades y la hipótesis de equiprobabilidad.	19
Progresión de aprendizaje 4. La probabilidad y las técnicas de conteo.....	29
Progresión de aprendizaje 5. La probabilidad condicionada	36
Progresión de aprendizaje 6. Recolección de datos estadísticos	47
Progresión de aprendizaje 7. Representación de la información	59
Progresión de aprendizaje 8. La relación entre variables categóricas	72
Progresión de aprendizaje 9. La relación entre variables cuantitativas	81
Progresión de aprendizaje 10. Los valores atípicos y las variables de confusión en afirmaciones estadísticas y gráficas	99
Progresión de aprendizaje 11. Estudio de una población a partir de una muestra.....	107
Progresión de aprendizaje 12. Los estudios observacionales y el diseño de experimentos	110
Progresión de aprendizaje 13. Las medidas estadísticas en el estudio de un fenómeno	119
Progresión de aprendizaje 14. La distribución normal.....	129
Progresión de aprendizaje 15. Inferencias estadísticas basadas en la distribución normal	137

La variabilidad en la toma de decisiones

Progresión de aprendizaje 1

Actividad de aprendizaje 1.1

Establece la diferencia entre sensación térmica y temperatura del aire que nos rodea y coméntala ante el grupo para llegar a acuerdos sobre el significado de cada concepto. Sugerencia: usa la inteligencia artificial para obtener las definiciones.

1. Definición de sensación térmica: La sensación térmica o **temperatura** percibida es el grado de frío o de calor que el cuerpo humano percibe en su entorno, dependiendo ya no exclusivamente de la temperatura que registra el termómetro, sino también de factores ambientales como la velocidad del viento o el grado de humedad ambiental.
2. Definición de temperatura: La temperatura es una magnitud referida a la noción de calor medible mediante un termómetro. Magnitud física que expresa el grado o nivel de calor de los cuerpos o del ambiente, y cuya unidad en el sistema internacional es el kelvin (K).
3. Diferencias entre sensación térmica y temperatura.

Sensación térmica	Temperatura
La sensación térmica es el grado de calor o de frío que los cuerpos experimentarán en dicha atmósfera debido a factores meteorológicos determinados.	La temperatura es el grado de calor o de frío oficial en la atmósfera.
La sensación térmica es subjetiva (no es posible medirla) y depende de factores como la humedad y el tiempo.	La temperatura es una medida objetiva del calor o frío en el aire, se mide con termómetros y se expresa en Celsius (°C) o kelvin (K)

Actividad de aprendizaje 1.2

Valora la importancia de contar con registros sobre la temperatura que facilitan su predicción y a partir de ello, la toma de decisiones.

1. Los habitantes de Culiacán comentan que cada año en la temporada calurosa que comprende de mayo a octubre, sienten más calor con respecto a la temporada pasada. Con base en tu experiencia, plantea una conjetura (juicio que se forma de algo por indicios u observaciones) con respecto al incremento de la temperatura en Culiacán.

Es importante contar con registros sobre la temperatura que facilitan su predicción y a partir de ello, la toma de decisiones, porque nos permite conocer las tendencias climáticas, los riesgos de sequías o inundaciones, las afectaciones a la salud y la agricultura, y las medidas de adaptación y mitigación necesarias.

Según los datos disponibles, la temperatura media anual registrada en Culiacán Rosales es **24.7 °C**, y el mes más cálido es **junio** con un promedio de **35.9°C**.

a) **Conjetura:** el incremento de la temperatura en Culiacán se debe al **cambio climático** que está alterando los patrones meteorológicos y aumentando la frecuencia e intensidad de las olas de calor.

b) **Definición de variabilidad:** Variabilidad es la **propiedad** de lo que **varía, cambia o se modifica**. Puede referirse a diferentes ámbitos, como la estadística, la biología o la política.

2. Con el celular, en la aplicación del estado del clima, explora la temperatura pronosticada para los días de hoy y mañana.

a) En la Figura 1.1 observa la temperatura de una tarde en Culiacán, ¿cada tarde en Culiacán presentará la misma temperatura que hoy? **No**

¿Por qué?

Según los datos disponibles, la temperatura media anual en Culiacán Rosales es 24.7 °C. Sin embargo, la temperatura puede variar según el mes, el día y la hora. Por ejemplo, el mes más cálido es junio con 35.9 °C de máxima promedio, y el mes más frío es enero con 27.8 C de máxima promedio. Por lo tanto, no se puede afirmar que cada tarde en Culiacán habrá la misma temperatura que hoy.



Figura 1.1. Datos de la temperatura de una tarde en Culiacán.

Fuente: Aplicación del clima (Androide, s/f)

b) ¿Qué factores influyen en la variación de la temperatura de un día a otro?

Algunos de los factores que influyen en la variación de la temperatura de un día a otro son:

- La **latitud**, que determina la inclinación y duración de los rayos solares.
- La **altitud**, que hace que la temperatura disminuya con la altura.

- La **distancia al mar**, que modera las temperaturas por la influencia de las corrientes marinas y la humedad.
- El **viento**, que puede transportar aire frío o caliente de unas zonas a otras.
- La **nubosidad**, que puede reflejar o retener la radiación solar y terrestre.
- La **radiación solar**, que llega a la Tierra puede variar debido a factores como la posición de la Tierra en relación con el Sol (estaciones del año), la cobertura de nubes y la cantidad de partículas en la atmósfera que pueden dispersar o absorber la radiación.
- La **topografía del terreno** puede influir en la circulación del aire y en la formación de sistemas meteorológicos locales, lo que a su vez afecta la temperatura.
- La **cobertura de vegetación** puede afectar la temperatura a través de procesos como la evapotranspiración, que puede enfriar el aire circundante, y la absorción de radiación solar por parte de las plantas.
- Las **actividades humanas**, como la urbanización y la emisión de gases de efecto invernadero, pueden alterar el balance energético de la atmósfera y la superficie terrestre lo que a su vez puede influir en la variación de la temperatura.

c) Para decidir si el próximo domingo será un día propicio para ir la familia a la playa, ¿con base en qué sustentas la toma de dicha decisión?

Para decidir si el próximo domingo será un día propicio para ir la familia a la playa, se puede consultar el **pronóstico del tiempo** para ese día, que se basa en modelos matemáticos que analizan las condiciones atmosféricas actuales y pasadas. Según el resultado de la búsqueda, el clima en Culiacán Rosales, SIN, será un día (nublado o soleado) con una temperatura máxima de 40 °C y una mínima de 28 °C. La probabilidad de precipitación es de 2%.

d) ¿Es suficiente con conocer el comportamiento de la temperatura en unos cuantos días o semanas para comprobar la conjetura? No
¿Por qué?

No es suficiente con conocer el comportamiento de la temperatura en unos cuantos días o semanas, porque el clima es un fenómeno complejo y dinámico que puede cambiar rápidamente por diversos factores. Por eso, es mejor usar fuentes confiables y actualizadas que ofrezcan información detallada sobre el estado del cielo, la probabilidad de lluvia, la velocidad del viento, el índice UV y otros aspectos relevantes para la actividad al aire libre.

e) ¿Qué información necesitas para probarla?

Para comprobar la conjetura, se necesita consultar fuentes confiables que ofrezcan la previsión meteorológica para el día y la zona elegidos.

Actividad de aprendizaje 1.3

Toma decisiones basadas en la información presentada en la Figura 1.3, 1.4 y 1.5.

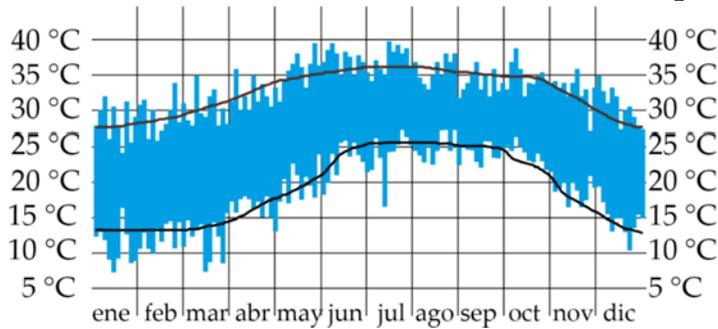


Figura 1.3. Datos históricos de temperatura en Culiacán en 2021.

Nota: El intervalo diario de temperaturas reportadas (barras azules), colocadas arriba del promedio diario de la máxima (línea negra superior) y de la mínima (línea negra inferior).

Fuente: Elaboración propia tomando como referencia la gráfica dada por © WeatherSpark.com, para uso educativo.

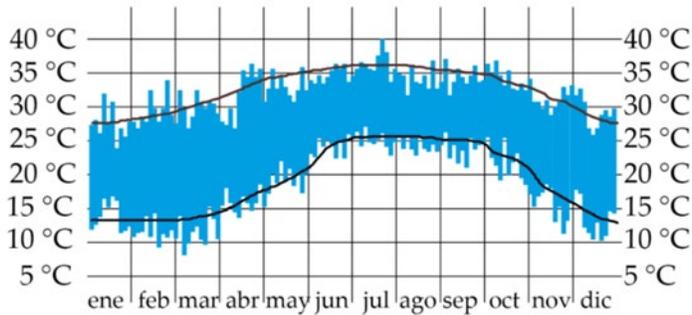


Figura 1.4. Datos históricos de temperatura en Culiacán en 2022

Nota: El intervalo diario de temperaturas reportadas (barras azules), colocadas arriba del promedio diario de la máxima (línea negra superior) y de la mínima (línea negra inferior).

Fuente: Elaboración propia tomando como referencia la gráfica dada por © WeatherSpark.com, para uso educativo.

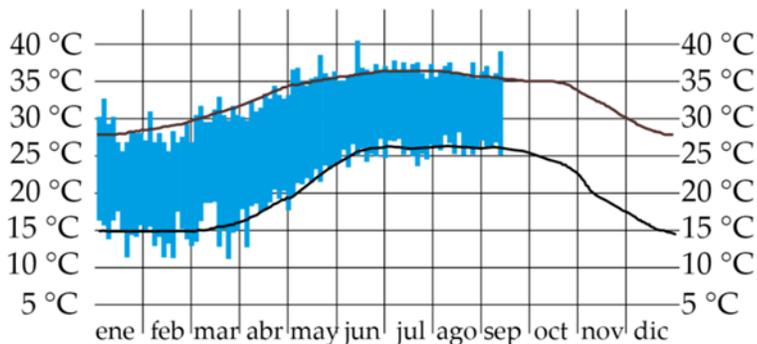


Figura 1.5. Datos históricos de temperatura en Culiacán en 2022

Nota: El intervalo diario de temperaturas reportadas (barras azules), colocadas arriba del promedio diario de la máxima (línea negra superior) y de la mínima (línea negra inferior).

Fuente: Elaboración propia tomando como referencia la gráfica dada por © WeatherSpark.com, para uso educativo.

1. Con la información presentada sobre la temperatura en Culiacán, fija una postura con respecto a la conjetura planteada en la Actividad de aprendizaje 1.2.

Los gráficos mostrados muestran que no todos los años las temperaturas tienen los mismos valores. Esa variabilidad de la temperatura es resultado de distintos factores ambientales y humanos principalmente.

2. Si el 13 de junio de 2023, la temperatura máxima en Culiacán fue 41 °C, cada año, en el mismo día, ¿se tendrá la misma temperatura máxima? No

Justifica tu respuesta.

Porque las condiciones de temperatura dependen de otros factores como el régimen de lluvias o ciclos de lluvia, humedad y condiciones de urbanización. También es importante tomar en cuenta patrones estacionales y variabilidad climática natural.

3. ¿Qué interpretación le das a la continuación de las líneas superior e inferior después de la última medición de temperatura en septiembre?

Las bandas de color rojo y azul muestran una tendencia a la disminución de las temperaturas a partir del mes de septiembre.

4. Este año, ¿a partir de qué fecha consideras necesario usar abrigo?

Desde la segunda quincena de noviembre.

5. Explica la importancia de organizar los datos de la temperatura y presentarlos en forma de gráficos.

Es importante porque permite observar las relaciones y patrones entre los datos de una manera más efectiva, facilita la comparación y la comprensión de la evolución de una o varias variables y constituye una forma visual y accesible de comunicar información compleja.

Actividad de aprendizaje 1.4

1. Elabora una lista de fenómenos o situaciones aleatorios que ocurren en tu comunidad e identifica su nivel de riesgo para la población y toma decisiones para la prevención de riesgos.

Fenómeno aleatorio		Nivel de riesgo		
		Mínimo	Moderado	Máximo
1.	Inseguridad y delincuencia			X
2.	Contaminación ambiental			X
3.	Dengue y otras enfermedades transmitidas por mosquitos		X	
4.	Desempleo		X	

5.	Educación deficiente		X	
----	----------------------	--	---	--

2. Para atender el fenómeno aleatorio de mayor riesgo para la población:

a) ¿Qué datos se necesitan recolectar?

Inseguridad y delincuencia: registro diario de robos y asaltos por fraccionamientos de la ciudad.

Contaminación ambiental: registros semanales de la polución del aire, el agua y el suelo en zonas seleccionadas.

b) ¿Qué forma de visualización de los datos facilita su interpretación?

Los gráficos de barras o mapas. Los gráficos de barras permiten comparar fácilmente los niveles de riesgo, mientras que los mapas pueden mostrar la distribución geográfica de los fenómenos y ayudar a identificar áreas críticas.

c) Para disminuir el nivel de riesgo para la población, basado en los datos organizados, ¿qué decisiones se deben tomar?

Inseguridad y delincuencia: fortalecer la vigilancia policial y fomentar la participación ciudadana en la prevención.

Contaminación ambiental: implementar políticas de protección ambiental y concienciar sobre prácticas sostenibles.

Actividad de aprendizaje 1.5

Toma de decisiones a partir de una imagen satelital del tráfico vehicular.

Imagina que trabajas como repartidor de comida rápida (en motocicleta) y debes recoger una pizza a la 1:30 pm, en Little Caesars® ubicada en Enrique Félix Castro, Humaya, Desarrollo Urbano Tres Ríos, 80020, Culiacán Rosales, Sinaloa. Luego, llevarla a la tienda Waldo's® con domicilio en Av. Álvaro Obregón esq. con Mariano Escobedo, Centro, 80000 Culiacán Rosales, Sinaloa.

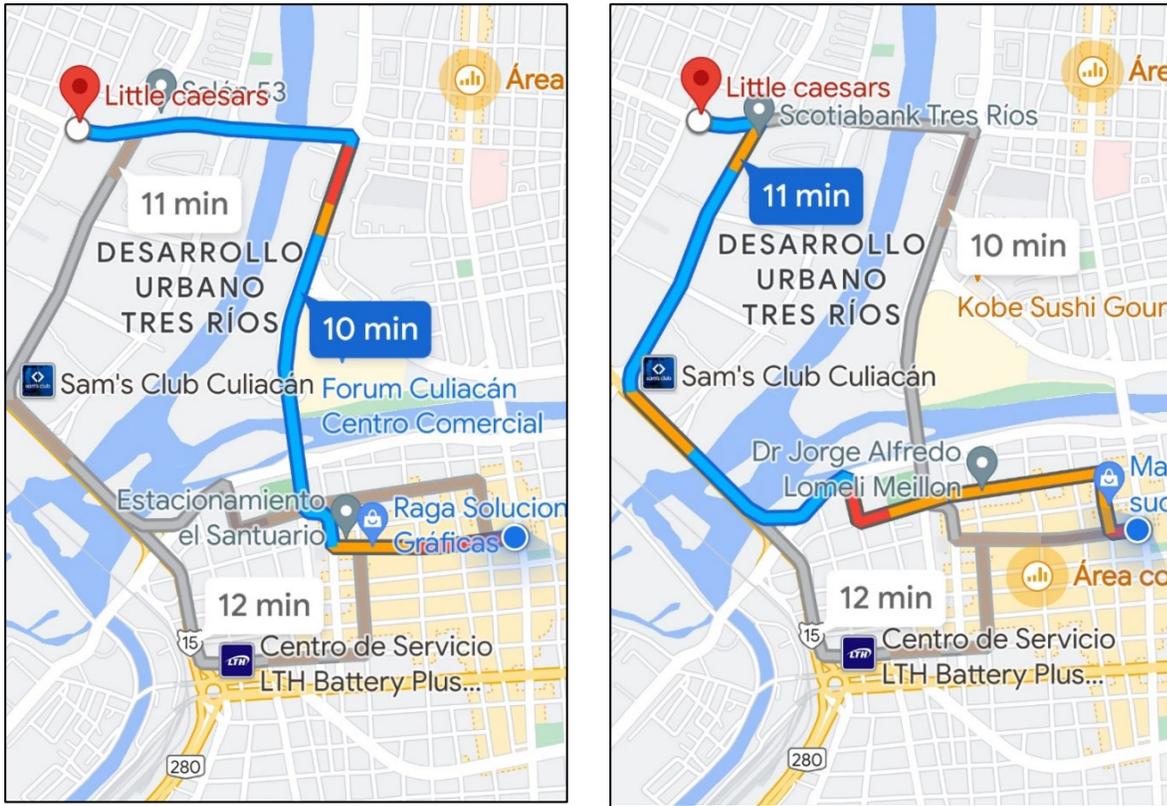


Figura 1.6. Rutas sugeridas por Google Maps, de Little Caesars® a Waldo's®.

1. A partir de la información en la Figura 1.6, ¿qué ruta alterna propones tomar para llegar antes del tiempo estimado de entrega?

Tomar el Boulevard Enrique Feliz Castro hasta llegar a la prolongación Álvaro Obregón dar vuelta a la derecha y continuar por dicha avenida hasta llegar al destino.

2. Comenta en el grupo las rutas alternas elegidas y observa si varían las trayectorias, ¿qué puedes concluir con respecto a la variación?

Las trayectorias varían debido a varios factores presentes al momento de elegir la ruta: el tipo de vehículo, la hora, el tráfico, las condiciones del clima etc. En conclusión, en la vida diaria es necesario modificar decisiones debido a imprevistos que se pueden presentar.

La incertidumbre como consecuencia de la variabilidad

Progresión de aprendizaje 2

Actividad de aprendizaje 2.1

Analiza cuáles de los siguientes sucesos consideras son deterministas (D) o aleatorios (A).

1. Congelar una botella de agua en el refrigerador: **determinista (D)**
2. Extraer una bola par de una bolsa con 10 bolas numeradas del 1 al 10: **aleatorio (A)**
3. Personas que van al cine en un día: **aleatorio (A)**
4. Voltar una ficha de dominó que sea el doble 5: **aleatorio (A)**
5. Medir la altura de un edificio. **determinista (D)**

Actividad de aprendizaje 2.2

Registra las ideas sobre algunos conceptos que faciliten comprender y comunicar de manera adecuada el pensamiento probabilístico.

1. Define y ejemplifica un fenómeno probabilístico.

Un fenómeno probabilístico es aquel cuyo resultado no puede predecirse con certeza absoluta, cuya ocurrencia se rige por leyes de probabilidad, donde la aleatoriedad desempeña un papel en la predicción de eventos futuros. Lo opuesto es determinista, que es lo opuesto a aleatorio: nos dice que algo se puede predecir exactamente, sin la complicación adicional de la aleatoriedad

Un ejemplo común de un evento probabilístico es el lanzamiento de un dado.

2. Plantea situaciones (fenómenos) de tu escuela que presenten variabilidad.

- ✓ Calificaciones de los estudiantes
- ✓ Asistencia a clases

3. De acuerdo con la situación que mencionaste, ¿cómo puede ser afectada esta por la incertidumbre, como consecuencia de dicha variabilidad?

Calificaciones de los estudiantes: las calificaciones de los estudiantes pueden variar dependiendo de varios factores, como la dificultad del material, el estilo de enseñanza del profesor, el nivel de preparación de los estudiantes, entre otros.

Asistencia a clases: la asistencia de los estudiantes a las clases puede variar según factores como el clima, eventos familiares, salud personal, interés en la materia, entre otros.

La incertidumbre introduce una mayor variabilidad al permitir que múltiples resultados sean posibles

4. Interpreta el concepto de evento o suceso en el campo de la probabilidad.

Un evento o suceso en el campo de la probabilidad es un conjunto de resultados posibles en un experimento aleatorio. Por ejemplo, al lanzar un dado, un evento puede ser obtener un número par, que está formado por los resultados elementales 2, 4 y 6. Los eventos pueden ser mutuamente excluyentes o no excluyentes, según si pueden ocurrir al mismo tiempo o no. La probabilidad de un evento se expresa como un número entre 0 y 1, o entre 0% y 100%, que indica el grado de certeza o incertidumbre de que ocurra.

5. Describe una situación donde sólo exista un resultado posible.

Una situación donde solo existe un resultado posible es, por ejemplo: cuando se tira una bola al aire y se espera que caiga al suelo. En este caso, el resultado posible es que la bola caiga al suelo. No hay otras opciones posibles, lo que hace que este sea un evento con un único resultado.

Organización y presentación de datos. La Tabla 2.1 muestra datos estadísticos sobre los casos confirmados de dengue por cada municipio del estado de Sinaloa, comparando los años 2022 y 2023.

Jurisdicción	Casos confirmados de dengue en plataforma vectores, comparativo 2022-2023 acumulados hasta semana 39								
	Municipio	Dengue no grave		Dengue con signos de alarma		Dengue grave		Total	
		2022	2023	2022	2023	2022	2023	2022	2023
1-1	Ahome	11	2	25	7	0	1	36	10
	Choix	0	0	0	0	5	0	5	0
	El Fuerte	12	1	13	2	2	0	27	3
1-2	Guasave	7	0	5	2	0	0	12	2
	Sinaloa	1	0	0	0	0	0	1	0
1-3	Angostura	1	0	2	1	0	0	3	1
	Mocorito	0	0	3	0	0	0	3	0
	S. Alvarado	7	1	19	3	0	0	26	4
1-4	Badiraguato	10	0	9	0	2	0	21	0
	Culiacán	34	5	45	4	2	1	81	10
	Navolato	7	0	8	0	0	0	15	0
	Cósala	0	0	0	0	0	0	0	0
1-5	Elota	0	0	0	1	0	0	0	1
	San Ignacio	1	0	0	0	0	0	1	0
	Concordia	0	0	0	1	0	0	0	1
	Mazatlán	3	5	6	4	1	0	10	9
1-6	Escuinapa	11	45	3	14	1	3	15	62
	Rosario	0	0	1	0	0	0	1	0
	Total	105	59	139	39	13	5	257	103

Tabla 2.1. Casos confirmados de dengue correspondiente a la semana epidemiológica No. 39. de los años 2022 y 2023.

Fuente: Secretaría de Salud Sinaloa, 2017.

Actividad de aprendizaje 2.3

Con base en la información de la Tabla 2.1, representa de manera conveniente los datos de las variables donde describas el número de veces que se presenta cada evento (f_a) y la parte que representa respecto al total de la población (f_r) en 2023.

En la siguiente fuente de consulta puedes actualizar, adecuar o modificar las tablas de datos estadísticos sobre casos confirmados de dengue en el año y semana epidemiológica de interés.

<https://saludsinaloa.gob.mx/index.php/boletines-de-epidemiologia/>

Municipio	Casos totales 2023 f_a	$f_r = \frac{f_a}{N}$
Ahome	51	0.0001
Choix	0	0
El fuerte	4	0.000035
Guasave	11	0.000033
Sinaloa	0	0
Angostura	1	0.000019
Mocorito	0	0
S. Alvarado	4	0.000044
Badiraguato	0	0
Culiacán	22	0.000021
Navolato	0	0
Cósala	0	0
Elota	3	0.000065
San Ignacio	2	0.000083
Concordia	2	0.000061
Mazatlán	33	0.000063
Escuinapa	104	0.00163
Rosario	0	0

Actividad de aprendizaje 2.4

Realiza los siguientes experimentos utilizando el simulador y siguiendo las indicaciones en cada caso. Ingresar al simulador del tablero de Galton, en la liga <https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability>

1. Practicando. Realiza experimentos (lanzamiento de pelotas) para que observes el funcionamiento del tablero de Galton: lanza una pelota, diez pelotas o todas las pelotas de acuerdo a la Figura 2.3.

2. Generando. Analiza la Figura 2.4 y realiza lo siguiente:

- Ingresar al laboratorio del simulador.
- Determina el número de compartimientos.
- Lanza un determinado número de pelotas.
- Observa la frecuencia de acuerdo con su posición.

3. Analizando. Para ello, observa la Figura 2.5 y haz una captura de pantalla de tu experimento y explora los datos en una tabla de frecuencias donde colocarás el número de compartimiento, la cantidad de pelotas que hay en cada uno de ellos y su probabilidad frecuencial (frecuencia relativa y porcentaje).

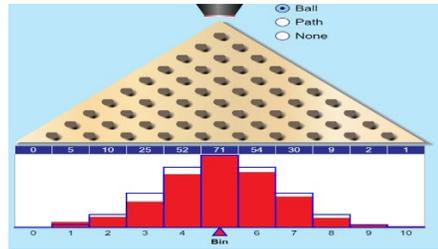


Figura 2.5. Experimento utilizado para analizar y predecir los resultados del juego.

Fuente: PhET, 2023.

Contesta las siguientes preguntas:

- ¿En qué compartimiento es más probable que caigan las pelotas?
En el compartimiento 5
- Describe el comportamiento de la variabilidad muestral (valores de 0 a 1). Los datos presentan una distribución simétrica ya que la mayoría de las pelotas se quedan en los compartimientos centrales.
- ¿Qué valores (compartimientos) son atípicos en la distribución de las pelotas?
Ninguno, ya que se mantienen los datos en un área de agrupamiento constante.
- ¿Cuál es la suma de todas las frecuencias relativas? 1
- De acuerdo con tu análisis visual, ¿qué forma queda definida en el tablero de Galton? Campana o distribución simétrica.

Actividad de aprendizaje 2.5

Organiza, analiza y presenta la información de manera útil con el fin de extraer interpretaciones y resultados significativos. Realiza un sondeo con compañeros de tu grupo (15 a 20) para recolectar datos sobre la variable “horas de sueño”.

- Trabaja de manera sistemática en los siguientes procesos sobre la cantidad de horas que duermen a diario tus compañeros, generalmente:
 - Recolecta los datos correspondientes a las “horas de sueño”.
 - Organiza los datos.

Tabla de frecuencias			
Horas de sueño	Número de estudiantes	Frecuencia relativa	Porcentaje
4	1	0.024	2%
5	3	0.071	7%
6	8	0.190	19%
7	7	0.167	17%
8	12	0.286	29%
9	6	0.143	14%
10	4	0.095	10%
11	1	0.024	2%
$\Sigma=$	42	1.000	100.00%

- c) Grafica los datos en un diagrama de barras o pastel. Puedes utilizar la aplicación de Excel en tu celular.



2. De acuerdo con los datos recabados y organizados en la tabla, responde a las siguientes preguntas de interés.
- ¿Cuántos duermen menos de 7 horas diariamente? **12**
 - ¿Qué porcentaje de alumnos duermen 8 horas diariamente?
12 estudiantes duermen 8 horas, lo que representa el 28.5% (12/42)
 - ¿Cuál es la cantidad de horas de sueño que predominó en ellos?
8 horas
 - ¿Cuál es la cantidad de horas de sueño mínima que tuvieron?
4 horas
 - ¿Qué promedio de horas duermen los estudiantes? **7.5 horas**
3. Reflexiona sobre tus hábitos de sueño.

- a) Investiga en fuentes confiables sobre las consecuencias negativas que tiene en nuestro organismo la baja calidad del sueño.

Según algunas fuentes confiables, la baja calidad del sueño puede tener consecuencias negativas en nuestro organismo, tales como:

- Mala alimentación y obesidad, debido a que el sueño regula las hormonas del apetito y el metabolismo.
- Problemas de salud mental, como ansiedad, depresión e irritabilidad, ya que el sueño influye en el estado de ánimo y la regulación emocional.
- Mayor riesgo de sufrir accidentes o cometer errores, porque el sueño afecta a la atención, la concentración y los reflejos.
- Menor rendimiento físico y cognitivo, debido a que el sueño es esencial para la recuperación muscular y la consolidación de la memoria y el aprendizaje.
- Mayor probabilidad de padecer enfermedades crónicas, como enfermedades cardiovasculares, diabetes, cáncer y osteoporosis, ya que el sueño modula el sistema inmunológico y la inflamación.

- b) Plantea algunas acciones y/o sugerencias elaboradas por especialistas que contribuirán a mejorar tus hábitos de sueño.

Algunas acciones y/o sugerencias elaboradas por especialistas que contribuirán a mejorar tus hábitos de sueño son:

- ✓ Mantener la recámara fresca, con capacidad en la regulación de la luz y tan silenciosa como sea posible.
- ✓ Acostarse y levantarse a la misma hora todos los días, incluso los fines de semana.
- ✓ Evitar el uso de dispositivos electrónicos que emitan luz antes de dormir.
- ✓ Evitar las siestas largas durante el día, si sientes la necesidad de tomar una siesta, trata de que sea corta (alrededor de 20-30 minutos)
- ✓ Limitar la cafeína y otros estimulantes al menos varias horas antes de acostarte, ya que pueden interferir con tu capacidad para conciliar el sueño.
- ✓ Practicar la relajación antes de acostarte.
- ✓ Mantener un estilo de vida saludable. La actividad física regular, una dieta equilibrada y evitar el tabaco y el alcohol en exceso pueden contribuir a mejorar la calidad de tu sueño.

Veamos otro ejemplo en el que es importante considerar la frecuencia relativa. En el beisbol, el promedio ofensivo de bateo de un bateador se calcula dividiendo la cantidad de hits que ha bateado entre las veces que ha ido al bate en forma acumulativa. Si en una temporada de juegos ha bateado 91 hits en 275 turnos al bate su promedio ofensivo es $91/275 \approx 0.33$. Ello significa que la probabilidad de dar un hit de ese bateador cada vez que va al bate es de 0.33 o bien que da un hit una de cada tres veces que batea.

Si en un juego el bateador ha fallado dos veces consecutivas, ¿eso significa que la próxima vez que esté al bate dará un hit? **No**

Fundamenta tu respuesta: eso no significa que la próxima vez que esté al bate dará un hit. El promedio de bateo es una medida de la probabilidad de dar un hit, no una predicción de lo que va a pasar en cada turno al bate. La probabilidad de dar un hit es la misma en cada turno al bate, independientemente de lo que haya pasado antes. Esto se llama la falacia del apostador, que es creer que los eventos pasados afectan a los eventos futuros cuando son independientes. El promedio de bateo solo refleja el desempeño histórico del bateador, no el actual.

Actividad de aprendizaje 2.6

1. ¿A partir del resultado actual de Yasmani Tomás puede inferirse que ha mejorado su técnica de bateo?

Yasmani Tomás fue el MVP de la Liga Mexicana del Pacífico 2023 y ayudó a Los Cañeros de Los Mochis a ganar el título después de 20 años. Su promedio de bateo fue de .358 con 23 jonrones y 72 carreras impulsadas en 66 juegos. Estos números sugieren que ha mejorado su técnica de bateo desde su paso por las Grandes Ligas.

2. ¿Si dirigieras el equipo de Los Cañeros de Los Mochis te animarías a seguir contratándolo para la siguiente temporada? **Si**

¿Por qué? Yasmani Tomás fue el jugador más valioso de la temporada 2022-2023 de la Liga Mexicana del Pacífico con los Cañeros de Los Mochis y también fue campeón con el equipo en la misma temporada. En los últimos años aumentó su promedio de bateo, además, ha tenido un promedio acumulado mayor a 0.25, lo que se considera aceptable en beisbol.

El cálculo de probabilidades y la hipótesis de equiprobabilidad

Progresión de aprendizaje 3

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Relaciona las siguientes preguntas con su posible respuesta, anotando en el paréntesis el inciso de la respuesta que consideras correcta.

- | | |
|---|--|
| (C) ¿Qué entiendes como evento equiprobable? | A. Evento o proceso cuyo resultado no se puede predecir con certeza. |
| (D) ¿Qué entiendes como evento no equiprobable? | B. Son los experimentos cuyos resultados pueden predecirse. |
| (A) ¿Qué es un experimento aleatorio? | C. Los posibles resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir. |
| (B) ¿Qué es un experimento determinista? | D. Los resultados de sus eventos no tienen la misma probabilidad de ocurrir. |

Actividad de aprendizaje 3.1

Un juego que se utiliza mucho para elegir quién ganará entre dos personas es el de *par o impar*. Para ello, seleccionan inicialmente una de las dos opciones entre par o impar y a continuación muestran simultáneamente, un número de dedos de una mano que tenían detrás de la espalda, se suman y si la suma de los dedos obtenida es par o impar gana el que eligió esa opción.

1. ¿Piensas que los resultados son igualmente probables? **No**
2. Comprueba entonces tu suposición. Para ello completa la tabla que aparece a continuación, colocando en cada casilla la suma correspondiente a los dedos de las dos manos:

					
	2	3	4	5	6
	3	4	5	6	7
	4	5	6	7	8
	5	6	7	8	9
	6	7	8	9	12

3. Una vez hecho esto responde:

- ¿Cuántos casos posibles hay? **25**
- ¿Cuántos son sumas pares? **13**
- ¿Cuántos son sumas impares? **12**

4. Calcula la probabilidad de obtener:

- Suma par: $\frac{13}{25} = 0.52$ o **52 %**
- Suma impar: $\frac{12}{25} = 0.48$ o **48 %**
- ¿Son igualmente probables los dos sucesos?

No, hay más sumas pares.

5. ¿Qué opción elegirías para tener más posibilidades de ganar? **Valores pares.**

Como habrás comprobado, no es igualmente probable que salga una opción o la otra. La probabilidad demuestra que hay más posibilidades de que salga un número par, que uno impar.

Actividad de aprendizaje 3.2

De los siguientes eventos, define con una (E) si el evento es equiprobable y una (N) si el evento es no equiprobable.

- En una bolsa hay 5 canicas, 2 de color rojo y el resto de diferente color, (verde, azul, y amarillo); todas tienen el mismo tamaño y al extraer una, obtener color rojo. (N)
- Lanzar una moneda y que caiga águila al lanzarla. (E)
- Lanzar un dado que no esté cargado dos veces y que caiga cada vez el número 3. (E)
- Lanzar un dado que esté cargado dos veces y que caiga cada vez el número 3. (N)

Actividad de aprendizaje 3.3

Un juego de barajas trae 52 cartas y estas se dividen en 4 grupos de 13 cartas cada uno: picas (♠), corazones (♥), diamantes (♦) y tréboles (♣). Las cartas de picas y tréboles son negras, mientras que las cartas de corazones y diamantes son rojas. Las cartas de cada grupo son: as, rey, reina, sota, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 y 2.

La extracción de una carta en un juego de barajas, se basa en la probabilidad y se calcula dividiendo el número de cartas favorables por el número total de cartas en la baraja. Por tanto, la probabilidad de extraer:

1. Un 10 de color rojo es $\frac{2}{52} = \frac{1}{26} = 0.038$ o 3,8 % (hay 2 dieces rojos en la baraja: uno de corazones y uno de diamantes)
2. Una carta de color negro es $\frac{26}{52} = \frac{1}{2} = 0.5$ o 50 % (hay 26 cartas negras en total: picas y tréboles)
3. Una carta de corazones es $\frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0.25$ o 25 % (hay 13 cartas de corazones)
4. Un rey o una reina $\frac{8}{52} = \frac{2}{13} = 0.15$ o 15 % (hay 4 reyes y 4 reinas en total, sumando 8 cartas favorables)

Actividad de aprendizaje 3.4

1. En la siguiente tabla se muestra el experimento donde se realizaron 10 lanzamientos de un dado y algunos resultados. Calcula la frecuencia relativa y la probabilidad frecuencial de los espacios en blanco.

Número del dado	Probabilidad teórica $P(A) = \frac{1}{6}$	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia relativa (fr)	Probabilidad como porcentaje (%)
1	0.167	1	0.100	10%
2	0.167	3	0,300	30%
3	0.167	1	0.100	10%
4	0.167	1	0.100	10%
5	0.167	2	0.200	20%
6	0.167	2	0,200	20%
Total	1	10	1	100%

2. Podrás observar que la probabilidad frecuencial de cada uno de los eventos posibles no se corresponde con la probabilidad teórica. A continuación, repite el experimento una mayor cantidad de veces, por ejemplo, 100 veces, anota los resultados en la siguiente tabla y calcula los datos que faltan:

Número del dado	Probabilidad teórica $P(A) = \frac{1}{6}$	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia relativa (fr)	Probabilidad como porcentaje (%)
1	0.167	18	0.18	18%
2	0.167	18	0.8	18%
3	0.167	16	0.16	16%
4	0.167	19	0.19	19%
5	0.167	20	0.20	20%
6	0.167	9	0.09	9%
Total	1	100	1	100%

3. Según los resultados, ¿hay similitud entre los valores de la probabilidad teórica y la frecuencia relativa obtenida? **Cierta similitud.**

4. En comparación con el lanzamiento del dado 10 veces, ¿qué puedes apreciar? **En 100 lanzamientos se obtienen valores más cercanos a la probabilidad teórica en la mayoría de los casos.**

5. Ahora, llena la siguiente tabla con la suma de los resultados de 10 compañeros hasta completar los 1000 lanzamientos, calculando los datos de frecuencia absoluta, frecuencia relativa y probabilidad frecuencial.

Número del dado	Probabilidad teórica $P(A) = \frac{1}{6}$	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia relativa (fr)	Probabilidad como porcentaje (%)
1	0.167	167	0.167	16.7%
2	0.167	173	0.173	17.3%
3	0.167	169	0.169	16.9%
4	0.167	176	0.176	17.6%
5	0.167	192	0.192	19.2%
6	0.167	123	0.123	12.3%
Total	1	1000	1	100%

6. Analiza el comportamiento de los resultados comparando la probabilidad teórica con la frecuencia relativa obtenida con 10, 100 y 1000 anotaciones de lanzamientos del dado. ¿A qué conclusión llegas? **En la medida que se ha aumentado el número de lanzamientos las anotaciones se acercan más a la probabilidad teórica.**

Actividad de aprendizaje 3.5

1. Considera lanzar dos dados y registra el resultado de la suma de las dos caras superiores. Las sumas posibles van desde dos hasta doce. Antes de simular el lanzamiento responde:

a) ¿Cuál es el total de casos posibles de sumas que se pueden obtener? 36

Cuando lanzas dos dados, hay un total de 36 casos posibles (6 caras en el primer dado x 6 caras en el segundo dado).

b) ¿Todas las sumas entre dos y doce tienen la misma posibilidad de salir equitativamente? No. Fundamenta tu respuesta:

No todas las sumas tienen la misma probabilidad de salir; algunas sumas se pueden obtener con más combinaciones de dados que otras.

Por ejemplo, solo hay una forma de obtener una suma de 2, $1 + 1 = 2$, pero hay varias formas de obtener una suma de 7 ($1 + 6, 2 + 5, 3 + 4, 4 + 3, 5 + 2, 6 + 1$). Por lo tanto, la suma de 7 es la más probable.

c) ¿Cuáles sumas esperas resulten las más probables?

7 (6 veces), 6 (5 veces), 8 (5 veces).

	1	2	3	4	5	6
1	$1 + 1 = 2$	$1 + 2 = 3$	$1 + 3 = 4$	$1 + 4 = 5$	$1 + 5 = 6$	$1 + 6 = 7$
2	$2 + 1 = 3$	$2 + 2 = 4$	$2 + 3 = 5$	$2 + 4 = 6$	$2 + 5 = 7$	$2 + 6 = 8$
3	$3 + 1 = 4$	$3 + 2 = 5$	$3 + 3 = 6$	$3 + 4 = 7$	$3 + 5 = 8$	$3 + 6 = 9$
4	$4 + 1 = 5$	$4 + 2 = 6$	$4 + 3 = 7$	$4 + 4 = 8$	$4 + 5 = 9$	$4 + 6 = 10$
5	$5 + 1 = 6$	$5 + 2 = 7$	$5 + 3 = 8$	$5 + 4 = 9$	$5 + 5 = 10$	$5 + 6 = 11$
6	$6 + 1 = 7$	$6 + 2 = 8$	$6 + 3 = 9$	$6 + 4 = 10$	$6 + 5 = 11$	$6 + 6 = 12$

d) Calcula la probabilidad de salida de cada suma, en fracción decimal, dividiendo los casos posibles entre el total de casos. Así, obtienes:

$$P(2) = \frac{1}{36} = 0.028 \text{ o } 2,8\%, P(3) = \frac{2}{36} = 0.056 \text{ o } 5,6\%,$$

$$P(4) = \frac{3}{36} = 0.083 \text{ o } 8,3\%$$

$$P(5) = \frac{4}{36} = 0.11 \text{ o } 11\%,$$

$$P(6) = \frac{5}{36} = 0.14 \text{ o } 14\%,$$

$$P(7) = \frac{6}{36} = 0.17 \text{ o } 17\%$$

$$P(8) = \frac{5}{36} = 0.14 \text{ o } 14\%,$$

$$P(9) = \frac{4}{36} = 0.11 \text{ o } 11\%,$$

$$P(10) = \frac{3}{36} = 0.083 \text{ o } 8,3\%$$

$$P(11) = \frac{2}{36} = 0.056 \text{ o } 5,6\%,$$

$$P(12) = \frac{1}{36} = 0.028 \text{ o } 2,8\%$$

2. Ahora proponte lanzar los dos dados un número considerable de veces, para ello, valerte de una aplicación para simular el lanzamiento de dos dados, con la cual obtienes rápidamente la información buscada.

Por ejemplo, en GeoGebra puedes usar el applet de la liga <https://www.geogebra.org/m/a3jszhpc> o <https://www.geogebra.org/m/PCpeDJQF>

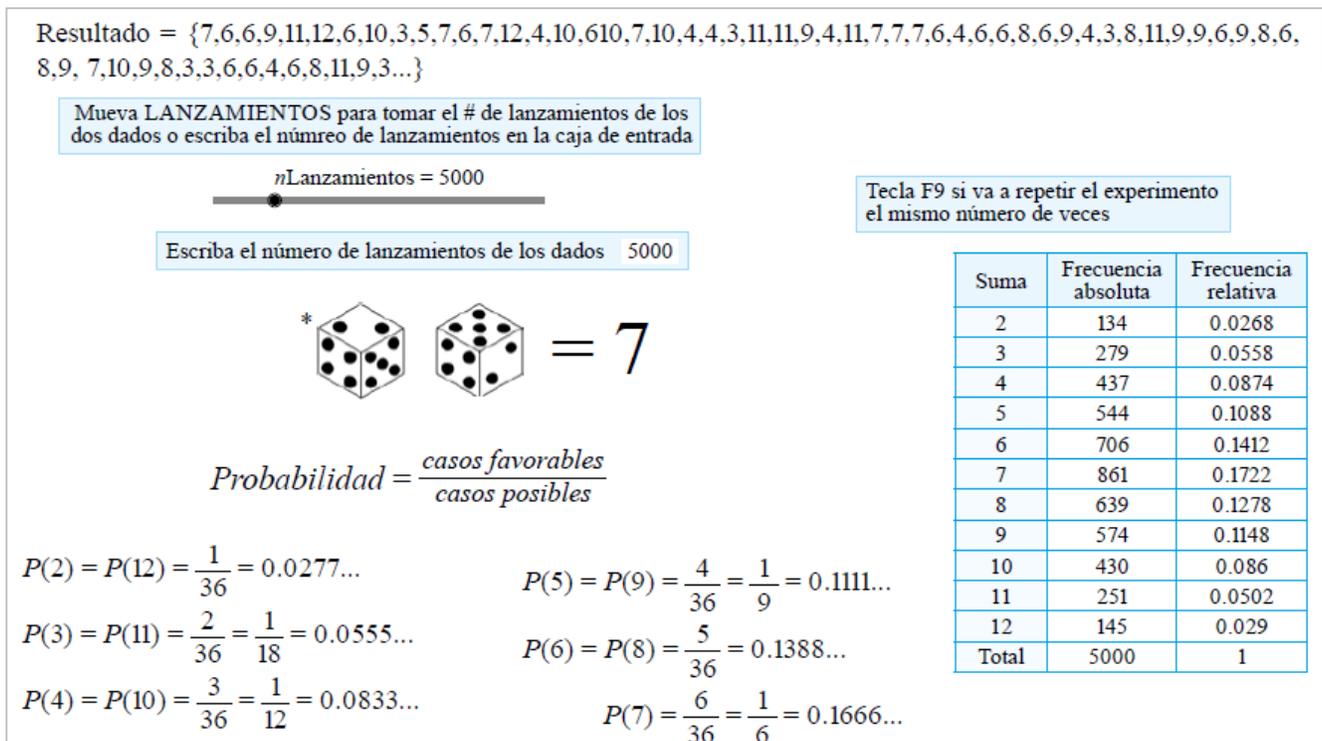


Figura 3.1. Simulación del lanzamiento de dados para obtener la frecuencia relativa.
Fuente: GeoGebra, Disponible en: <https://www.geogebra.org/m/PCpeDJQF>

*Dos dados. Diseño: Mario Montijo Moreno (Blender, 2023).

a) Variando el número de veces entre 100 y 10000 en que se repite el lanzamiento puedes obtener todos los datos que te permitan completar la siguiente tabla:

Suma de las caras superiores de los dos dados	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia relativa (fr)	Frecuencia relativa para 100, 1000, 5000 y 10000 lanzamientos.			
			fr	fr	fr	fr
2	1	0.028	0.04	0.027	0.0268	0.0273
3	2	0.056	0.05	0.071	0.0558	0.0588
4	3	0.083	0.006	0.074	0.0874	0.0864
5	4	0.111	0.10	0.115	0.1088	0.1023
6	5	0.139	0.15	0.131	0.1412	0.1393
7	6	0.166	0.24	0.195	0.1722	0.1664
8	5	0.139	0.12	0.137	0.1278	0.1414
9	4	0.111	0.07	0.107	0.1148	0.1125
10	3	0.083	0.05	0.084	0.0860	0.0822
11	2	0.056	0.07	0.041	0.0502	0.0588
12	1	0.028	0.05	0.018	0.0290	0.0256
Total	36	1	1	1	1	1

b) Compara los resultados obtenidos en cada medición con los de la probabilidad de ocurrencia previamente obtenidos.

¿Se acerca la frecuencia relativa a esos valores a medida que crecen los lanzamientos?
En la medida que aumenta el número de lanzamientos, las frecuencias relativas tienden a acercarse a la probabilidad de ocurrencia previamente obtenida.

Actividad de aprendizaje 3.6.

Lanza una moneda para determinar la probabilidad teórica y frecuencial.

1. Calcula la probabilidad teórica de la ocurrencia de sol y de águila en el lanzamiento de una moneda.
2. Lanza una moneda un total de 20 veces y marca el resultado con una "X" en el siguiente formato (A significa águila; S significa sol):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A			X		X	X			X		X			X	X	X		X		
S	X	X		X			X	X		X		X	X				X		X	X

3. Responde lo siguiente:
 - a) Número de casos favorables para águila. 9
 - b) Número de casos favorables para sol. 11
 - c) Probabilidad frecuencial para águila. $\frac{9}{20} = 0.45$ o 45%
4. Ahora reúne los resultados junto con los de otros nueve compañeros (total 100 lanzamientos, $N = 100$) y vuelve a contestar lo siguiente.
 - a) Número de casos favorables para águila. 48
 - b) Número de casos favorables para sol. 52
 - c) Probabilidad frecuencial para águila. $\frac{48}{100} = 0.48$ o 48%
5. ¿A qué conclusión llegas? Compártela con tus compañeros.
Cuando aumentan los lanzamientos aumenta la probabilidad teórica.

Teniendo en cuenta lo estudiado vamos a retomar la situación del empaque de mangos para exportación en el municipio de El Rosario.

Actividad de aprendizaje 3.7

En los empaques de El Rosario, llegan los camiones con jabas llenas de mangos recolectadas directamente de los diferentes huertos, en donde cada camión llega con aproximadamente 600 jabas, este mango se separa en mango de exportación y en mango de rezaga que no es apto para la exportación.

1. Los resultados de las 10 últimas semanas se muestran en la siguiente tabla. Con ellos, calcula la frecuencia relativa y la probabilidad en porcentaje.

Semana	Jabas recibidas	Jabas aptas	Jabas aptas		
			Porcentaje	Frecuencia relativa (fr)	Probabilidad (%)
1	5500	5055	91.91	0.1036	10.3
2	5320	4831	90.81	0.0990	9.9
3	5100	4529	88.80	0.0928	9.3
4	5120	4572	89.30	0.0937	9.4
5	5360	4824	90.00	0.0989	9.9
6	5600	5096	91.00	0.1044	10.4
7	5650	4972	88.58	0.1019	10.2
8	5500	5005	90.00	0.1026	10.3
9	5470	4923	90.00	0.1009	10.1
10	5510	4986	90.49	0.1022	10.2
Total	54130	48793	90.14	1	100

2. Con dichos resultados los encargados del empaque quieren conocer la probabilidad de que en la semana en curso los resultados estén como mínimo en el 90%. Utilizando la probabilidad frecuencial calcula qué probabilidad hay de que los resultados cumplan esa expectativa.

De acuerdo con la columna de jabas aptas hay 7 casos favorables con 90 % o más, por lo que la probabilidad de que en la semana en curso los resultados cumplan la expectativa es $P = 7/10 = 0.70$ bien 70 %

3. En la semana actual cada camión llega con 600 jabas y se obtienen los siguientes datos:

- El lunes llega un camión con 90 jabas de rezaga.
- El martes llegan dos camiones, uno con 18 y otro con 54 jabas de rezaga.
- El miércoles llega un camión con 66 jabas de rezaga.
- El jueves llegan tres camiones con 60, 96 y 30 jabas de rezaga respectivamente.
- El viernes llegan dos camiones, uno con 48 y el otro con 60 jabas de rezaga.

Confecciona una tabla en la que se relacione por cada día de la semana los camiones que llegaron a la empacadora, la cantidad de jabas de mango recibidas y de ellas, cuántas resultan de mangos aptos para exportar. Con dicha información, calcula el porcentaje respecto a cada camión, la frecuencia relativa y la probabilidad en porcentaje.

Día	N° de camiones	Jabas recibidas	Jabas aptas	Jabas aptas		
				Porcentaje	Frecuencia relativa (fr)	Probabilidad (%)
Lunes	Camión 1	600	510	85.00	0.1045	10.45
Martes	Camión 1	600	582	97.00	0.1193	11.93
	Camión 2	600	546	91.00	0.1119	11.19
Miércoles	Camión 1	600	534	89.00	0.1095	10.95
Jueves	Camión 1	600	540	90.00	0.1107	11.07
	Camión 2	600	504	84.00	0.1033	10.33
	Camión 3	600	570	95.00	0.1169	11.69
Viernes	Camión 1	600	552	95.00	0.1132	11.32
	Camión 2	600	540	90.00	0.1107	11.07
Total		5400	4878	90.33	1	100

4. ¿Cuál es el total de jabas de mangos recibidas y de ellas el total de jabas aptas?

Total de jabas recibidas: 5400.

Total de jabas aptas: 4878

5. ¿Cuál es la probabilidad de jabas aptas? Expresa el resultado en porcentaje.

$$P(\text{jabas aptas}) = \frac{4878}{5400} = 0.9033 \text{ o } 90.33\%$$

6. ¿Se cumplen las expectativas de los encargados del empaque? Fundamenta tu respuesta.

Sí, porque el porcentaje de jabas aptas para exportar en la semana (90.33%) es ligeramente superior al porcentaje que se desea (90%).

La probabilidad y las técnicas de conteo

Progresión de aprendizaje 4

Actividad de aprendizaje 4.1

Ahora lanza la moneda cuatro veces.

1. Completa la siguiente tabla:

Lanzamientos				Resultado
Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	
Águila (A)	A	A	A	AAAA
			S	AAAS
		S	A	AASA
			S	AASS
	S	A	A	ASAA
			S	ASAS
		S	A	ASSA
			S	ASSS
Sol (S)	A	A	A	SAAA
			S	SAAS
		S	A	SASA
			S	SASS
	S	A	A	SSAA
			S	SSAS
		S	A	SSSA
			S	SSSS

2. ¿Cuál es el total de casos posibles? 16 casos favorables.

3. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengas AASS en ese orden?

$$P(AASS) = \frac{1}{16} = 0.0625 \text{ o } 6.25\%$$

4. Si fueras a elegir una contraseña para tu cuenta de WhatsApp con solo dos letras, A y S, para dificultar que te la descubran, ¿la harías de tres o cuatro caracteres? La haría de 4 caracteres.

Fundamenta tu respuesta: Porque con 3 caracteres se tienen 8 ($2 \cdot 2 \cdot 2$) contraseñas diferentes y la probabilidad de elegirla es $\frac{1}{8} = 0.125$ o 12.5% y con 4 caracteres 16 ($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$) contraseñas diferentes y la probabilidad de elegirla es $\frac{1}{16} = 0.0625$ o 6.25%.

Actividad de aprendizaje 4.2

Como parte de la promoción del ejemplo anterior, el dueño anuncia una urna en la que están las canicas señalizadas con todas las posibles formas, y:

1. Si se extrae una canica con la señal de tres bolas de nieve del mismo sabor solo pagas por una bola. ¿Qué probabilidad hay de extraer una canica para sólo pagar por una?

$$P(\text{tres bolas de nieve del mismo color}) = \frac{\binom{4}{3}}{(4 \cdot 4 \cdot 4)} = \frac{1}{16} = 0.0625 \text{ o } 6.25\%.$$

2. Si se extrae la canica que anuncia el cono de tres bolas de chocolate entonces no pagas nada. ¿Qué probabilidad hay de llevarte la nieve gratis?

$$P(\text{tres bolas de chocolate}) = \frac{1}{64} = 0.0156 \text{ o } 1.56\%.$$

3. Si los sabores de nieve no se repiten en el cono, ¿de cuántas formas posibles se pueden formar los vasos de nieve? En ese caso, el ofrecimiento gratis es para quien extraiga la correspondiente a chocolate, fresa y vainilla en ese orden. ¿Qué probabilidad tienes de llevarte la nieve gratis?

Sí los sabores no se repiten, se pueden elegir: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$, de 24 formas.

$$P(\text{chocolate, fresa y vainilla}) = \frac{1}{24} = 0.0416 \text{ o } 4.16\%.$$

Actividad de aprendizaje 4.3

Determina la cantidad posible de resultados en:

1. Vas a un OXXO® para comprar un refresco y ves que hay Coca Cola®, Pepsi®, Seven Up® y Fresca®, en tamaño grande, mediano y pequeño. ¿Cuántas opciones tienes para elegir el refresco que vas a comprar?

Para la compra tengo las siguientes opciones:

Coca Cola: tamaño grande, mediano y pequeño.

Pepsi: tamaño grande, mediano y pequeño.

Seven Up: tamaño grande, mediano y pequeño.

Fresca: tamaño grande, mediano y pequeño.

Tengo 4 refrescos diferentes y cada uno en tres tamaños.

Principio multiplicativo $(4)(3) = 12$

2. Quieres salir a dar un paseo caminando y vas a escoger el tipo de calzado que te vas a poner, entre un par de tenis alto flexible, un par de tenis bajo más robusto, o unas sandalias oscuras muy abiertas, unas sandalias oscuras cerradas y unas sandalias claras cerradas. ¿Cuántas opciones tienes para elegir? $2 + 3 = 5$

3. Vas a salir de vacaciones con tu familia y tus padres te ofrecen la posibilidad de invitar a un amigo o una amiga que te acompañe. Tienes la posibilidad de elegir entre amigos vecinos, del aula, de la escuela, del equipo deportivo en que estás o del club de baile que frecuentas. ¿Cuántas opciones tienes para elegir quién te acompañará? Para la elección tengo las siguientes opciones:

Grupo 1. Entre amigos o amigas vecinos: 2 opciones (un amigo o una amiga).

Grupo 2. Entre amigos o amigas del aula: 2 opciones (un amigo o una amiga).

Grupo 3. Entre amigos o amigas de la escuela: 2 opciones (un amigo o una amiga).

Grupo 4. Entre amigos o amigas del equipo deportivo: 2 opciones (un amigo o una amiga).

Grupo 5. Entre amigos o amigas del club de baile: 2 opciones (un amigo o una amiga).

Por tanto, tengo 5 grupos para elegir y en cada grupo dos opciones: una amiga o un amigo.

Principio multiplicativo $(5)(2) = 10$

4. Para ir a una fiesta quieres seleccionar como vestirte, entre tres piezas superiores, dos inferiores y dos pares de zapatos. ¿De cuántas maneras puedes vestirte?

Tengo:

Tres piezas superiores.

Dos piezas inferiores.

Dos pares de zapatos.

Principio multiplicativo $(3)(2)(2) = 12$

Actividad de aprendizaje 4.4

Volvamos al tema de la contraseña en tu celular. Hasta ahora has pensado en formarla con cuatro caracteres, con las letras del alfabeto, mayúsculas y minúsculas, y los números del 0 al 9. Como el alfabeto tiene 27 letras, considerando las mayúsculas y minúsculas hay 54 posibilidades y con los 10 números, hacen un total de 64 posibilidades para cada signo de la contraseña. Entonces:

1. ¿Qué principios aplicarías para saber el total de casos posibles? Usaría el principio multiplicativo o sumativo.
2. Calcula el total de casos posibles: 64^4
3. Si seleccionaste como contraseña la secuencia **r4A0**, ¿qué probabilidad hay de que se seleccione al azar esa contraseña?

$$P(\mathbf{r4A0}) = \frac{1}{64^4}.$$

4. Si una vez que selecciones un símbolo en cada uno de los caracteres no se repite en adelante ¿qué probabilidad hay de seleccionar esa misma secuencia **r4A0**?

Si un carácter elegido no se repite en las siguientes elecciones, los casos posibles son:

$$(64)(63)(62)(61)$$

$$P(\mathbf{r4A0}) = \frac{1}{((64)(63)(62)(61))}.$$

Actividad de aprendizaje 4.5

Aplica los conocimientos adquiridos:

1. Para viajar desde Los Mochis hasta Culiacán existen 10 salidas diarias de camiones foráneos en diferentes horarios, por cada una de tus dos líneas de camiones foráneos preferidas. ¿De cuántas formas diferentes puedes viajar desde Los Mochis a Culiacán? **Número de salidas L1 + Número de salidas L2 = 10 + 10 = 20**

2. ¿De cuántas formas se pueden cubrir los cargos de presidente, vicepresidente y secretario de una organización, conociendo que hay ocho candidatos?

$$P_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!} = (8)(7)(6) = 336$$

3. En una competencia estudiantil de futbol participan seis equipos que representan diferentes escuelas preparatorias del estado.

a) ¿De cuántas formas diferentes puede quedar ordenada la tabla de posiciones finales al concluir la competencia?

$$P_6^6 = \frac{6!}{(6-6)!} = 6! = 720$$

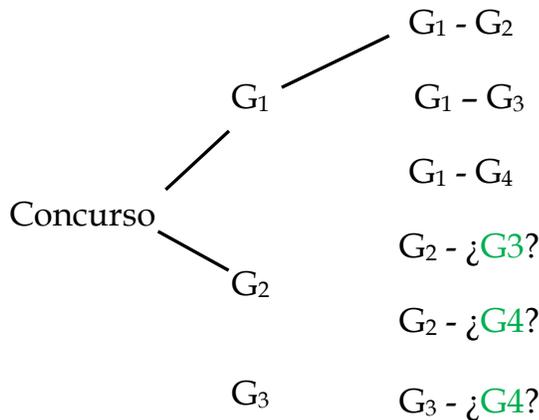
b) ¿De cuántas formas diferentes pueden quedar ordenados los tres primeros lugares de la competencia?

$$P_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = (6)(5)(4) = 120$$

Actividad de aprendizaje 4.6

Si en tu escuela hay 4 grupos que investigan sobre temas del medio ambiente, ¿de cuántas maneras se pueden seleccionar dos cualesquiera de ellos para que participen en un evento convocado por la UAS?

1. Si representas los 4 grupos por G_1, G_2, G_3 y G_4 , teniendo en cuenta que no importa el orden, completa el siguiente esquema:



¿Están todas las posibles agrupaciones representadas en el esquema? **Sí**

Fundamenta tu respuesta:

Debido a que no importa el orden $G_1 - G_2$ es la misma agrupación que $G_2 - G_1$ y así para otras más, por tal motivo ya no es posible más agrupaciones.

¿Cuántas posibilidades hay en total?
6 posibilidades

2. Si todos los grupos están en igualdad de condiciones, ¿cuál es la probabilidad de que el grupo G_2 esté en la selección?

$$P(G_2 \text{ esté en la selección}) = \frac{C_1^1 \cdot C_3^3}{C_4^4} = \frac{(1)(3)}{6} = 1/2$$

Actividad de aprendizaje 4.7

Completa el siguiente cuadro. ¿Cuál es la diferencia?

Diferencia entre permutaciones y combinaciones	
Permutaciones: son los arreglos de los elementos de un conjunto en los que sí interesa la posición que ocupa cada uno de los elementos que integran el arreglo.	Combinaciones: son los arreglos de los elementos de un conjunto en los que no interesa la posición que ocupa cada uno de los elementos que integran el arreglo.
$P_r^n \neq C_r^n, \quad n > r$	
$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$	$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

Actividad de aprendizaje 4.8

Utiliza alguna de las aplicaciones anteriores cuando lo consideres necesario.

1. Quieres preparar una ensalada de frutas con fresas, manzanas, peras y duraznos. ¿De cuántas formas se puede preparar la ensalada utilizando solo tres frutas diferentes?

Al no importar el orden, $C_3^4 = 4$

2. Vas a postularte junto con 11 compañeros más para una selección de cinco integrantes que va a participar en un evento convocado en tu escuela, todos con iguales condiciones para ser elegido. ¿De cuántas formas se puede elegir el grupo de cinco? Dado que no importa el orden en que son elegidos $C_5^{12} = 792$

a) ¿Qué probabilidad hay de que seas elegido? $P(\text{seas elegido}) = \frac{C_1^1 \cdot C_4^{11}}{C_5^{12}} = \frac{(1)(330)}{792}$

3. Si se organiza un torneo de ajedrez en tu escuela con 10 participantes, ¿cuántos partidos se deben programar si cada participante deberá jugar con cada uno de los otros una sola vez?

$$C_2^{10} = 45$$

4. En un concurso del club de baile juvenil se presentan cinco parejas. El concurso otorga \$200 al primer lugar y \$100 al segundo. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios de primer y segundo lugar?

$$P_2^5 = 20$$

Actividad de aprendizaje 4.9

¿Estás en condiciones de preparar una contraseña que le dificulte lo más posible a un intruso descifrarla?

Ten en cuenta el alfabeto, tanto letras mayúsculas como minúsculas, los diez números del 0 al 9 y diez símbolos, por ejemplo #; \$; &; *; @; !; /; +; %; ?, (algunos sitios web o aplicaciones restringen algunos símbolos; supongamos que estos se admiten).

El número de arreglos puede ser tan grande como lo consideres, digamos nueve.

1. ¿Qué tipo de técnica de conteo utilizarías para calcular todos los arreglos posibles?

El principio multiplicativo.

2. ¿Sería práctico hacer una tabla o diagrama de árbol, y cómo harías para obtenerlos?

No es práctico el diagrama de árbol por la cantidad de etapas (9 etapas). Usaría la técnica de conteo conocida como principio multiplicativo.

3. Calcula todos los posibles arreglos: 74^9

4. Elabora una contraseña. Se recomienda usar una combinación de letras mayúsculas y minúsculas, números y símbolos para hacer una contraseña más segura.

$1/3^{570}!$

5. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre tu contraseña?

$$P(1/3^{570}!) = \frac{1}{74^9}$$

La probabilidad condicionada

Progresión de aprendizaje 5

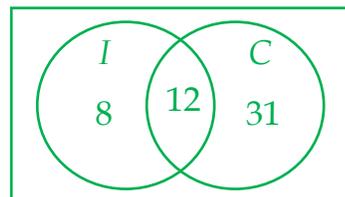
Evaluación diagnóstica

1. En una escuela técnica donde se ofertan las carreras de inglés y computación, hay 20 alumnos inscritos en inglés y 43 inscritos en computación, dentro de ellos, se sabe que hay 12 alumnos inscritos en ambos. Construye un diagrama de Venn para ilustrar la situación.

I: alumnos inscritos en inglés

C: alumnos inscritos en computación

I y *C*: alumnos inscritos en inglés y computación



2. Si se elige un alumno al azar:

a) ¿Cuál será la probabilidad de que estudie inglés?

Hay 20 de 51 estudiantes que estudian inglés, por lo que

$$P(I) = \frac{20}{51} \approx 0.3922$$

La probabilidad de que un estudiante estudie inglés es aproximadamente del 39.22%.

b) ¿Cuál será la probabilidad de que estudie computación?

Hay 43 de 51 estudiantes que estudian computación, por lo que

$$P(C) = \frac{43}{51} \approx 0.8431$$

La probabilidad de que un estudiante estudie computación es aproximadamente del 84.31%.

c) ¿Cuál será la probabilidad de que estudie ambas carreras?

Hay 12 de 51 estudiantes que estudian inglés y computación, por lo que

$$P(I \cap C) = \frac{12}{51} \approx 0.2353$$

La probabilidad de que un estudiante estudie inglés y computación es aproximadamente del 23.53%.

d) ¿Cuál será la probabilidad de que estudie inglés si se sabe que estudia computación?

$$P(I|C) = \frac{P(I \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{12}{51}}{\frac{43}{51}} = \frac{(12)(51)}{(43)(51)} = \frac{12}{43} \approx 0.2791$$

La probabilidad de que un estudiante estudie inglés dado que estudia computación es aproximadamente del 27.91%.

Actividad de aprendizaje 5.1

¿Cómo identificas cuándo utilizar la fórmula de probabilidad condicional?

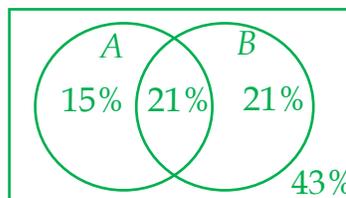
La probabilidad condicional se utiliza cuando la probabilidad de un evento depende de la ocurrencia de otro evento.

Por ejemplo, la probabilidad de que llueva (evento A) puede depender de si hay nubes en el cielo (evento B).

Actividad de aprendizaje 5.2

1. Con la siguiente información elabora un diagrama de Venn.

$$P(A) = 36\% \quad P(B) = 42\% \quad P(A \cap B) = 21\%$$



2. Determina $P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} =$

Tenemos que $P(A) = 36\%$ es equivalente a $P(A) = 0.36$.

Luego, de la propiedad conmutativa de los conjuntos, $A \cap B = B \cap A$, se tiene que $P(B \cap A) = P(A \cap B) = 21\%$ que es equivalente a $P(A \cap B) = 0.21$.

Entonces

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.21}{0.36} \approx 0.5833$$

Por lo que la probabilidad de que ocurra B dado que ocurrió A es aproximadamente del 58.33%.

Actividad de aprendizaje 5.3

1. Escribe un ejemplo de eventos que sean mutuamente excluyentes.

Los eventos mutuamente excluyentes (también son conocidos como eventos disjuntos) son eventos que no pueden ocurrir simultáneamente. En otras palabras, si uno de los eventos ocurre, el otro no puede ocurrir al mismo tiempo. La ocurrencia de uno de estos eventos excluye automáticamente la posibilidad de que el otro evento ocurra en ese mismo momento.

Matemáticamente, dos eventos A y B son mutuamente excluyentes si su intersección es un conjunto vacío, es decir:

$$A \cap B = \emptyset$$

En términos más simples, la probabilidad de que ocurra A y B al mismo tiempo es cero.

Un ejemplo común de eventos mutuamente excluyentes es lanzar un dado y considerar los eventos "obtener un número par" y "obtener un número impar". Estos eventos no pueden ocurrir simultáneamente, ya que un número no puede ser par e impar al mismo tiempo. Su probabilidad es

$$P(\text{impar y par}) = P(\emptyset) = 0.$$

2. Calcula la probabilidad de que al lanzar dos monedas el resultado sea sol en ambas.

El espacio muestral del experimento lanzar dos monedas es:

$$S = \{sa, ss, aa, as\}$$

Sea $A = \{ss\}$ el evento de que ocurran dos soles.

$$P(A) = \frac{1}{4} = 0.25$$

Por lo tanto, la probabilidad de que al lanzar dos monedas el resultado sea sol en ambas es del 25%.

Actividad de aprendizaje 5.4

En el mes de diciembre Ramón y su familia viajaron al estado de Chihuahua a pasar las fiestas decembrinas con sus abuelos; en dicha fecha el clima es muy severo, se presentan lluvias, nieve y niebla y aumentan los índices de accidentes carreteros.

1. Las probabilidades simples del estado del clima en esa época son las siguientes:

- a) Probabilidad de que llueva: 50%
- b) Probabilidad de que nieve: 30%
- c) Probabilidad de que haya niebla: 20%

2. Según estos posibles estados meteorológicos y la información estadística existente, la posibilidad de que ocurra un accidente vehicular son las siguientes:

- a) Si llueve; la probabilidad de un accidente vehicular es del: 20%
- b) Si nieva; la probabilidad de un accidente vehicular es del: 10%

c) Si hay niebla; la probabilidad de un accidente vehicular es del: 5%

Denota los eventos como:

L : "está lloviendo"

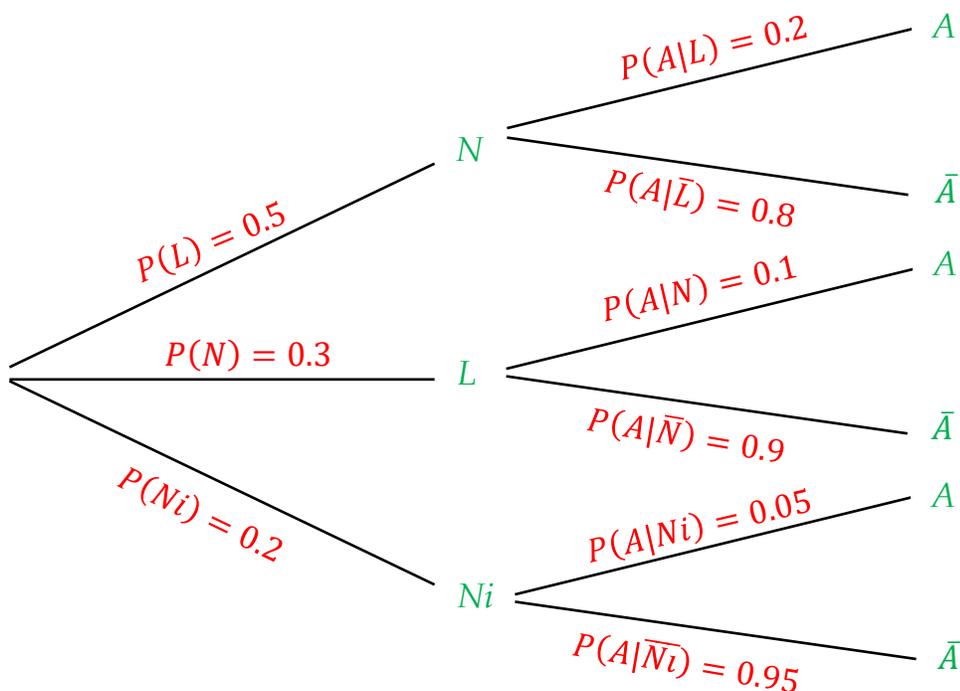
N : "está nevando"

Ni : "hay niebla"

A : "ocurrió un accidente"

\bar{A} : "no ocurrió un accidente"

Árbol de probabilidades



3. Si bajo algunas de estas condiciones el vehículo de Ramón sufrió un pequeño accidente:

a) Calcula la probabilidad de que estuviera lloviendo cuando ocurrió el accidente vehicular.

Para ello, de acuerdo con el Teorema de Bayes, se multiplica la probabilidad simple de que llueva en Chihuahua, por la probabilidad que ocurra un accidente cuando este lloviendo, para después dividir este resultado en la suma de las multiplicaciones de cada probabilidad condicional, como se muestra a continuación:

$$P(L|A) = \frac{0.50 \cdot 0.20}{(0.50 \cdot 0.20) + (0.30 \cdot 0.10) + (0.20 \cdot 0.05)} \approx 0.7143$$

La probabilidad de que estuviera lloviendo cuando ocurrió el accidente vehicular es aproximadamente del **71.42%**.

b) Calcula la probabilidad de que estuviera nevando cuando ocurrió el accidente.

$$P(N|A) = \frac{P(N)P(A|N)}{P(L)P(A|L) + P(N)P(A|N) + P(Ni)P(A|Ni)}$$

Dado que

$$\begin{aligned} P(L) &= 0.5, & P(A|L) &= 0.2 \\ P(N) &= 0.3, & P(A|N) &= 0.1 \\ P(Ni) &= 0.2, & P(A|Ni) &= 0.05 \end{aligned}$$

Entonces

$$P(N|A) = \frac{(0.3)(0.1)}{(0.5)(0.2) + (0.3)(0.1) + (0.2)(0.05)} = \frac{0.03}{0.14} \approx 0.2143$$

por lo tanto, la probabilidad de que estuviera nevando cuando ocurrió el accidente es aproximadamente del 21.43%.

c) Calcula la probabilidad de que hubiera niebla cuando ocurrió el accidente.

$$P(Ni|A) = \frac{P(Ni)P(A|Ni)}{P(L)P(A|L) + P(N)P(A|N) + P(Ni)P(A|Ni)}$$

Dado que

$$\begin{aligned} P(L) &= 0.5, & P(A|L) &= 0.2 \\ P(N) &= 0.3, & P(A|N) &= 0.1 \\ P(Ni) &= 0.2, & P(A|Ni) &= 0.05 \end{aligned}$$

Entonces

$$P(Ni|A) = \frac{(0.2)(0.05)}{(0.5)(0.2) + (0.3)(0.1) + (0.2)(0.05)} = \frac{0.01}{0.14} \approx 0.0714$$

por lo tanto, la probabilidad de que hubiera niebla cuando ocurrió el accidente es aproximadamente del 7.14%.

d) Si ocurrió un accidente, ¿cuándo es más probable que haya ocurrido: lloviendo, nevando?

Del inciso a), la probabilidad de que estuviera lloviendo cuando ocurrió el accidente vehicular es aproximadamente del 71.42%.

Del inciso b) la probabilidad de que estuviera nevando cuando ocurrió el accidente es aproximadamente del 21.43%.

De lo anterior, deducimos que es más probable haya ocurrido cuando estaba lloviendo.

e) Si ocurrió un accidente, ¿cuándo es menos probable que haya ocurrido: nevando, con niebla?

Del inciso b) la probabilidad de que estuviera nevando cuando ocurrió el accidente es aproximadamente del 21.43%.

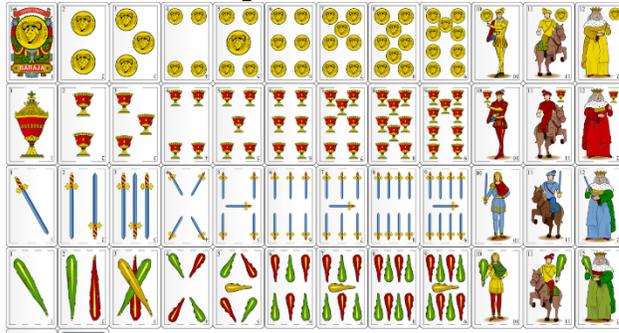
Del inciso c), la probabilidad de que hubiera niebla cuando ocurrió el accidente es aproximadamente del 7.14%.

De lo anterior, deducimos que es menos probable que haya ocurrido cuándo había niebla.

Actividad de aprendizaje 5.5

1. De una baraja de 48 cartas se extraen simultáneamente dos de ellas. Calcular la probabilidad de que:

a) Las dos sean copas.



[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC](#)

Dado que no importa el orden se puede calcular usando combinaciones.

Las dos copas de las doce que contiene la baraja seleccionan de $C_2^{12} = 66$ maneras.

Respecto a las espadas,oros y bastos, se eligen cero de doce, cuya combinación es: $C_0^{12} = 1$.

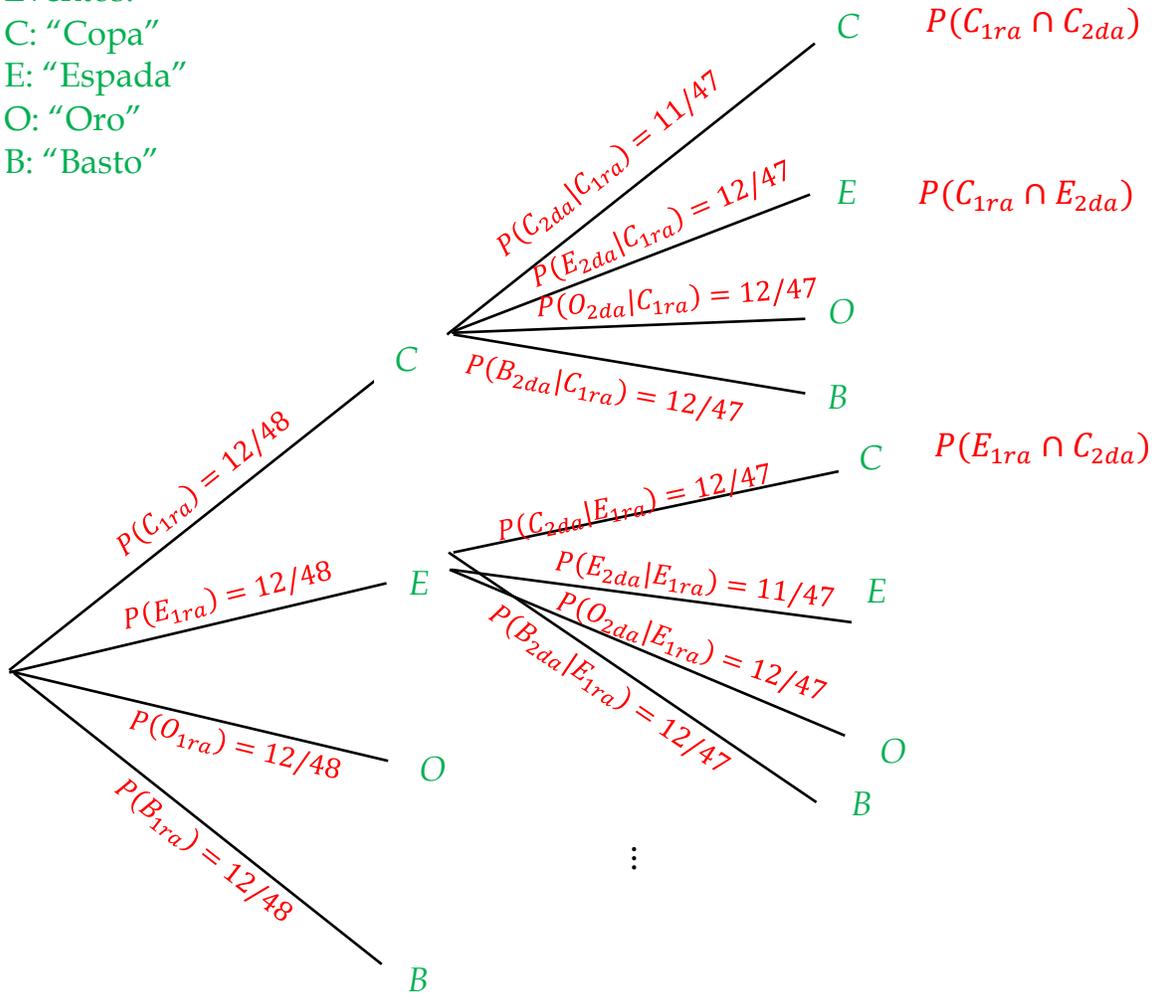
Luego, las dos cartas a elegir de las 48 se pueden elegir de $C_2^{48} = 1128$ maneras.

$$P(\text{copa y copa}) = \frac{C_2^{12} \cdot C_0^{12} \cdot C_0^{12} \cdot C_0^{12}}{C_2^{48}} = \frac{66 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{1128} \approx 0.0585$$

Por lo que, la probabilidad de que las dos sean copas es aproximadamente del 5.85%.

Otra forma de calcularla es considerando dos extracciones sin reemplazo y usando el siguiente árbol de probabilidades en el que se observa que el evento copa y copa puede ocurrir de la siguiente forma: primera copa y la segunda copa.

Eventos:
 C: "Copa"
 E: "Espada"
 O: "Oro"
 B: "Basto"



$$\begin{aligned}
 P(C_{1ra} \cap C_{2da}) &= P(C_{1ra})P(C_{2da}|C_{1ra}) \\
 &= \left(\frac{12}{48}\right)\left(\frac{11}{47}\right) \\
 &= \frac{132}{2256} \\
 &= \frac{11}{188} \\
 &\approx 0.0585
 \end{aligned}$$

Así, la probabilidad de que las dos sean copas es aproximadamente del 5.85%.

b) Una sea copa y la otra espada.

Dado que no importa el orden se puede calcular usando combinaciones.

Una copa de las doce que hay se selecciona de $C_1^{12} = 12$ maneras.

Una espada de las doce que hay se selecciona de $C_1^{12} = 12$ maneras.

Respecto al oros y bastos, se eligen cero de doce, cuya combinación es: $C_0^{12} = 1$.

Las dos cartas a elegir de las 48, se pueden elegir de $C_2^{48} = 1128$ maneras.

Luego

$$P(\text{copa y espada}) = \frac{C_1^{12} \cdot C_1^{12} \cdot C_0^{12} \cdot C_0^{12}}{C_2^{48}} = \frac{12 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 1}{1128} \approx 0.1277$$

Otra forma de calcularla es considerando dos extracciones sin reemplazo y usando el árbol de probabilidades en el que se observa que el evento copa y espada puede ocurrir de las siguientes formas: primera copa y la segunda espada o la primera espada y la segunda copa.

Tomando en cuenta lo anterior:

$$\begin{aligned} P(\text{copa y espada}) &= P(C_{1ra} \cap E_{2da}) + P(E_{1ra} \cap C_{2da}) \\ &= P(C_{1ra})P(E_{2da}|C_{1ra}) + P(E_{1ra})P(C_{2da}|E_{1ra}) \\ &= \left(\frac{12}{48}\right)\left(\frac{12}{47}\right) + \left(\frac{12}{48}\right)\left(\frac{12}{47}\right) \\ &= 2\left(\frac{12}{48}\right)\left(\frac{12}{47}\right) \\ &\approx 0.1277 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que sea una copa y una espada es aproximadamente del 12.77%.

2. En una ciudad, el 30% de la población tiene el cabello castaño, el 35% tiene ojos castaños y el 20% tiene cabello y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:

a) Si tiene el cabello castaño, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños?

O : tiene ojos castaños

\bar{O} : no tiene ojos castaños

C : tiene cabello castaño

\bar{C} : no tiene cabello castaño

	Ojos castaños	Ojos no castaños	
Cabello castaño	20%	10%	30%
Cabello no castaño	15%	55%	70%
	35%	65%	100%

$$P(O|C) = \frac{P(O \cap C)}{P(C)} = \frac{0.20}{0.30} \approx 0.6667$$

La probabilidad de que tenga ojos castaños dado que tiene el cabello castaño es aproximadamente del 66.67%.

b) Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabello castaño?

O : tiene ojos castaños

\bar{O} : no tiene ojos castaños

C : tiene cabello castaño

\bar{C} : no tiene cabello castaño

	Ojos castaños	Ojos no castaños	
Cabello castaño	20%	10%	30%
Cabello no castaño	15%	55%	70%
	35%	65%	100%

$$P(\bar{C}|O) = \frac{P(\bar{C} \cap O)}{P(O)} = \frac{0.15}{0.35} \approx 0.4286$$

La probabilidad de que no tenga el cabello castaño dado que tiene ojos castaños es aproximadamente del 42.86%.

3. En una clase de inglés hay 100 alumnos, de los cuales: 55 son hombres, 40 usan reloj, y 20 son hombres que usan reloj. Se selecciona al azar un alumno de dicho curso:

a) Si sabemos que el alumno seleccionado es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que use reloj?

H : es hombre

\bar{H} : no es hombre

R : usa reloj

\bar{R} : no usa reloj

	Usa reloj	No usa reloj	
Hombre	20	35	55
No hombre	20	25	45
	40	60	100

$$P(R|H) = \frac{P(R \cap H)}{P(H)} = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{55}{100}} = \frac{20}{55} \approx 0.3636$$

La probabilidad de que use reloj dado que es hombre es aproximadamente del 36.36%.

b) Si sabemos que el alumno seleccionado no usa reloj, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre?

H : es hombre

\bar{H} : no es hombre

R : usa reloj

\bar{R} : no usa reloj

	Usa reloj	No usa reloj	
Hombre	20	35	55
No hombre	20	25	45
	40	60	100

$$P(H|\bar{R}) = \frac{P(H \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{\frac{35}{100}}{\frac{60}{100}} = \frac{35}{60} \approx 0.5833$$

La probabilidad de que sea hombre dado que no usa reloj es aproximadamente del 58.33%.

4. Una empresa en Sinaloa confecciona casacas a los equipos de beisbol del estado (Cañeros, Algodoneros, Tomateros y Venados) y en el mes de septiembre se realizó una producción de 10000 casacas, como sigue:

Equipo	En buen estado	Defectuosas	Total por equipo
Cañeros	2760	240	3000
Algodoneros	1370	130	1500
Tomateros	3192	308	3500
Venados	1795	205	2000
Total	9117	883	10000

Si se selecciona una al azar, determina la probabilidad de seleccionar:

- a) Una casaca defectuosa.

B : la casaca está en buen estado

\bar{B} : la casaca está defectuosa

$$P(\bar{B}) = \frac{883}{10000} = 0.0883$$

La probabilidad de seleccionar una casaca defectuosa es del 8.83%.

- b) Una casaca de los cañeros si se sabe que se seleccionó una casaca en buen estado.

B : la casaca está en buen estado

\bar{B} : la casaca está defectuosa

C : casaca de los cañeros

$$P(C|B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2760}{10000}}{\frac{9117}{10000}} = \frac{2760}{9117} \approx 0.3027$$

La probabilidad de seleccionar una casaca de los cañeros si se sabe que está en buen estado es de aproximadamente del 30.27%.

- c) Una casaca defectuosa si se sabe que se seleccionó una casaca de los Tomateros.

B : la casaca está en buen estado

\bar{B} : la casaca está defectuosa

T : casaca de los tomateros

$$P(\bar{B}|T) = \frac{P(\bar{B} \cap T)}{P(T)} = \frac{\frac{308}{10000}}{\frac{3500}{10000}} = \frac{308}{3500} = 0.088$$

La probabilidad de seleccionar una casaca defectuosa si se sabe que es de los cañeros es del 8.8%.

Recolección de datos estadísticos

Progresión de aprendizaje 6

Actividad de aprendizaje 6.1

Investigando la relación entre vivir solo y la depresión.

Un grupo de estudiantes de primer año de bachillerato visitó a sus abuelos para indagar sobre la depresión. Los resultados revelaron que aquellos que viven solos son más propensos a deprimirse, que aquellos que viven con otras personas.

1. ¿Qué variables sondearon los estudiantes?

A partir de la información que se proporciona, observo dos variables: depresión y vivir solo.

2. ¿Qué tipo de variables son?

Las variables depresión y vivir solo se clasifican de la siguiente manera:

Variable	Tipo de variable	Categorías
Depresión	Cualitativa ordinal	Sin depresión, leve, moderada, grave, severa,
Vive solo	Cualitativa nominal	Sí, no

3. ¿Cómo las medirías?

Aplicando un instrumento para medir la depresión y además, si en él no se incluye la pregunta, ¿vive solo?, se la haría aparte.

4. ¿Cómo comprobarías si hay una relación entre vivir solo y la depresión?

Tendría que hacerlo mediante alguna técnica estadística para variables cualitativas que me permita ver si las variables vivir solo y depresión están relacionadas. Asegurándome de controlar variables confusas, como la edad, el género, el nivel socioeconómico y otros factores que puedan influir en la relación entre vivir solo y la depresión.

Actividad de aprendizaje 6.2

Variables cualitativas. Identifica si las siguientes variables cualitativas son nominales u ordinales. Escribe (N) o (O) según corresponda.

a) Raza de gato	N
b) Estado civil	N
c) Preferencia musical	N
d) Código postal	N
e) Tipo de transporte	N
f) Marca de automóvil	N

g) Color de ropa preferido	N
h) Número de celular	N
i) Nivel socioeconómico	O
j) Grado del dolor de cabeza	O
k) Nivel de atención en un restaurante	O
l) Clasificación de tallas	O

Actividad de aprendizaje 6.3

Variables cuantitativas. Escribe una (D) o una (C) según corresponda.

Identifica si las siguientes variables cuantitativas son discretas o continuas.

a) Pares de zapato por persona	D
b) Ancho de una casa	C
c) Costo de un desayuno	C
d) Cantidad de mascotas en el hogar	D
e) Duración de tu canción preferida	C
f) Cantidad de sal que consumes	C

g) Velocidad de un coche	C
h) Distancia recorrida al día	C
i) Habitantes de una casa	D
j) Sueldo de un profesor	C
k) Horas de sueño	C
l) Automóviles vendidos	D

Actividad de aprendizaje 6.4

VARIABLES CUALITATIVAS Y CUANTITATIVAS. En las siguientes situaciones identifica la variable y determina su tipo: si es cuantitativa discreta, cuantitativa continua, cualitativa ordinal o cualitativa nominal.

1. Se realizará un estudio sobre el uso de energías renovables en hogares. Se llevará a cabo un censo de paneles solares y sistemas de energía eólica instalados en viviendas para evaluar la adopción y eficacia de estas fuentes alternativas.

La variable es uso de energías renovables en hogares. Es una variable de tipo cualitativa nominal.

2. Un estudio detalla el incremento de casos de estrés en la población laboral. Los datos recabados muestran un aumento del 35% en comparación con el año anterior.

La variable es estrés laboral. Es una variable de tipo cualitativa ordinal.

3. Un almacén de productos electrónicos está llevando a cabo un inventario, clasificando los dispositivos por marcas.

La variable es marca del dispositivo. Es una variable de tipo cualitativa nominal.

4. El campo de golf local está elaborando una tabla con los puntajes de un torneo de 18 hoyos, indicando las puntuaciones de cada golfista en cada hoyo del recorrido.

La variable es puntaje en el torneo del golf. Es una variable de tipo cuantitativa discreta.

5. Un fisioterapeuta está monitoreando la movilidad de un paciente postoperatorio para otorgarle el alta cuando recupere un cierto nivel de movimiento.

La variable es movilidad de un paciente postoperatorio. Es una variable de tipo cualitativa ordinal.

Actividad de aprendizaje 6.5

Diseño de un cuestionario y recolección de datos. En el cuestionario de gasto del hogar de la ENIGH, de los apartados 1.1. Limpieza y cuidados de la casa (páginas 4-5), 1.2. Cuidados personales (páginas 9-10) y 1.3. Educación, Cultura y Recreación (páginas 14-16) identifica las variables en cada pregunta según su tipo.

El grupo debe tomarlas como referencia para elaborar su propio instrumento para la recolección de datos sobre los gastos del hogar; luego, crear un formulario de Google y cada uno lo aplica a quién lleve el gasto en su casa.



QR 6.2. Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH, 2022). Cuestionario de gastos del hogar.
Fuente: Parzibyte, 2023.

1.1. Limpieza y cuidados de la casa		
Pregunta	Variable	Tipo
Durante el mes de _____, ¿compró o estuvo pagando algún artículo o servicio de los que le voy a mencionar?	Artículos o servicios pagados	Cualitativa nominal
¿Cuántos... compró o estuvo pagando?	Cantidad de artículos o servicios pagados	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue el precio unitario?	Precio unitario por artículo o servicio	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue la forma de pago para este artículo o servicio?	Forma de pago de los artículos	Cualitativa nominal
¿Dónde compró este artículo o servicio?	Lugar de pago de los artículos o servicios	Cualitativa nominal
¿Cuánto pagó en total el mes pasado?	Pago total por los artículos o servicios	Cuantitativa continua
Durante el mes de _____, ¿compró o estuvo pagando algún artículo o servicio de los que le voy a mencionar?	Artículos o servicios pagados	Cualitativa nominal
¿Cuántos... compró o estuvo pagando?	Cantidad de artículos o servicio pagados	Cuantitativa discreta

¿Cuál fue el precio unitario?	Precio unitario por artículo o servicio	Cuantitativa continua
¿Cuál fue la forma de pago para este artículo o servicio?	Forma de pago de los artículos o servicios	Cualitativa nominal
¿Dónde compró este artículo o servicio?	Lugar de compra de los artículos o servicios	Cualitativa nominal
¿Cuánto pagó en total por los servicios?	Pago total por los artículos o servicios	Cuantitativa continua

1.2. Cuidados personales		
Pregunta	Variable	Tipo
Durante el mes de _____, ¿compró o estuvo pagando algún artículo o servicio de los que le voy a mencionar?	Artículos o servicios pagados	Cualitativa nominal
¿Cuántos... compró o estuvo pagando?	Cantidad de artículos o servicios pagados	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue el precio unitario?	Precio unitario por artículo o servicio	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue la forma de pago para este artículo o servicio?	Forma de pago de los artículos	Cualitativa nominal
¿Dónde compró este artículo o servicio?	Lugar de pago de los artículos o servicios	Cualitativa nominal
¿Cuánto pagó en total el mes pasado?	Pago total por los artículos o servicios	Cuantitativa continua
¿Cuánto gastó en total para mujeres y niñas?	Gasto en artículos personales para mujeres y niñas	Cuantitativa continua
Durante el mes de _____, ¿compró o estuvo pagando algún artículo o servicio de los que le voy a mencionar?	Artículos o servicios pagados	Cualitativa nominal
¿Cuántos... compró o estuvo pagando?	Cantidad de artículos o servicios pagados	Cuantitativa discreta

¿Cuál fue el precio unitario?	Precio unitario por artículo o servicio	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue la forma de pago para este artículo o servicio?	Forma de pago de los artículos	Cualitativa nominal
¿Dónde compró este artículo o servicio?	Lugar de pago de los artículos o servicios	Cualitativa nominal
¿Cuánto pagó en total el mes pasado?	Pago total por los artículos o servicios	Cuantitativa continua
¿Cuánto gastó en total para mujeres y niñas?	Gasto en artículos personales para mujeres y niñas	Cuantitativa continua

1.3. Educación, Cultura y Recreación		
Pregunta	Variable	Tipo
Durante el mes de _____, ¿realizó algún gasto en preescolar, primaria, secundaria, preparatoria, profesional o posgrado o educación técnica?	Servicios educativos pagados	Cualitativa nominal
De este gasto, ¿cuánto pagó de inscripción?	Cantidad pagada por inscripción	Cuantitativa continua
De este gasto, ¿cuánto pagó de colegiatura?	Cantidad pagada por colegiatura	Cuantitativa continua
De este gasto, ¿cuánto pagó de material escolar?	Cantidad pagada por material escolar	Cuantitativa continua
¿Cuál fue la forma de pago para este artículo o servicio?	Forma de pago por artículo o servicio educativo	Cualitativa nominal
¿Cuánto pagó en total el mes pasado?	Pago total por artículos o servicios educativos	Cuantitativa continua
Durante el mes de _____, ¿compró o estuvo pagando algún artículo o servicio de los que le voy a mencionar?	Artículos o servicios educativos pagados	Cualitativa nominal

¿Cuántos... compró o estuvo pagando?	Cantidad de artículos o servicios pagados	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue el precio unitario?	Precio unitario por artículo o servicio	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue la forma de pago para este artículo o servicio?	Forma de pago de los artículos	Cualitativa nominal
¿Dónde compró este artículo o servicio?	Lugar de pago de los artículos o servicios	Cualitativa nominal
¿Cuánto pagó en total el mes pasado?	Pago total por los artículos o servicios	Cuantitativa continua
¿Cuánto gastó en total para mujeres y niñas?	Gasto en artículos personales para mujeres y niñas	Cuantitativa continua
Durante el mes de_____, ¿compró o estuvo pagando algún artículo o servicio de los que le voy a mencionar?	Artículos o servicios educativos pagados	Cualitativa nominal
¿Cuántos... compró o estuvo pagando?	Cantidad de artículos o servicios educativos pagados	Cuantitativa discreta
¿Cuál fue su precio unitario?	Precio unitario por artículos o servicios	Cuantitativa continua
¿Cuál fue la forma de pago para este artículo o servicio?	Forma de pago por artículo o servicio	Cualitativa nominal
¿Dónde compró este artículo o servicio?	Lugar de compra de artículo o servicio	Cualitativa nominal
¿Cuánto pagó en total el mes pasado?	Pago total el mes pasado	Cuantitativa continua
¿Cuánto gastó en total para mujeres y niñas?	Gasto total para mujeres y niñas	Cuantitativa continua

Encuesta de gastos de los hogares de los estudiantes del grupo 1-3

Hola, gracias por participar en nuestra encuesta sobre los artículos de limpieza, para cuidado personal y servicios educativos. Tus respuestas son valiosas y nos ayudarán a entender mejor las necesidades de las personas en relación con estos productos.

1. Edad: _____
2. ¿Cuál es tu género?
 - Masculino

- Femenino
- No binario
- Prefiero no decirlo

3. ¿Cuántas personas viven en tu hogar? _____

Artículos de limpieza

4. ¿Cuáles de los siguientes artículos de limpieza utilizas regularmente en tu hogar?

- Detergente para ropa
- Limpiador multiusos
- Desinfectante
- Limpiavidrios
- Aromatizantes
- Escobas
- Trapeadores
- Aspiradora
- Productos para el cuidado de pisos (mopas, ceras, etc.)
- Otro (especificar)_____

5. ¿Cómo decides qué productos de limpieza comprar?

- Precio
- Recomendación de amigos o familiares
- Publicidad
- Ingredientes o componentes específicos
- Experiencia previa con el producto
- Otro (especificar)_____

6. ¿Qué aspecto consideras más importante al elegir productos de limpieza?

- Efectividad
- Seguridad para el medio ambiente
- Seguridad para la salud
- Precio
- Otras consideraciones (especificar)_____

7. ¿Cuánto gasta al mes en artículos para limpieza del hogar?

Artículos para el cuidado personal

8. ¿Qué productos de cuidado personal usan comúnmente los hombres en tu hogar?

- Afeitadoras
- Gel de afeitar
- Champú
- Gel o espuma para el cabello
- Desodorante
- Cuidado facial (cremas, lociones, etc.)

- Otros (especificar)_____

9. ¿Qué productos de cuidado personal usan comúnmente las mujeres en tu hogar?
(Puedes seleccionar más de una opción)

- Champú y acondicionador
- Jabón o gel de ducha
- Cremas hidratantes
- Maquillaje
- Productos de higiene íntima
- Desodorante
- Afeitadoras
- Gel de afeitar
- Otros (especificar)_____

10. ¿Qué productos de cuidado personal usan comúnmente los niños en tu hogar?
(Puedes seleccionar más de una opción)

- Champú para niños
- Jabón infantil
- Crema para pañales (si hay bebés)
- Cepillos de dientes para niños
- Pasta dental para niños
- Otros (especificar)_____

8. ¿Cuánto gasta al mes en artículos para el cuidado personal de los que viven en su hogar?

Servicios educativos

9. ¿Cuál es el máximo nivel educativo actual de la mamá?

- Educación preescolar
- Primaria
- Secundaria
- Bachillerato
- Licenciatura
- Maestría
- Doctorado

10. ¿Cuál es el máximo nivel educativo actual del papá?

- Educación preescolar
- Primaria
- Secundaria
- Bachillerato
- Licenciatura
- Maestría
- Doctorado

11. ¿Qué recursos educativos utilizan en el hogar para apoyar la educación de los miembros en edad escolar?
- Libros y materiales didácticos
 - Acceso a internet y tecnología
 - Aplicaciones educativas
 - Clases particulares
 - Otros (especificar)_____
12. ¿Cuáles crees que son los principales desafíos en el acceso a servicios educativos para los miembros de tu hogar?
- Falta de recursos tecnológicos
 - Dificultades de acceso a internet
 - Necesidades educativas especiales
 - Otros (especificar)_____
13. ¿Cómo calificas la calidad de los servicios educativos que reciben los miembros del hogar en edad escolar?
- Pésimo
 - Malo
 - Regular
 - Bueno
 - Excelente
14. ¿Cuánto gasta al mes en artículos escolares de los miembros en edad escolar?
15. ¿Hay algún comentario adicional que te gustaría compartir sobre los servicios educativos en tu hogar?
-

Actividad de aprendizaje 6.6

1. Del cuestionario diseñado elige tres preguntas, las que consideres de mayor importancia para mostrar sus resultados.

Preguntas elegidas:

5. ¿Cómo decides qué productos de limpieza comprar?
- Precio
 - Recomendación de amigos o familiares
 - Publicidad
 - Ingredientes o componentes específicos
 - Experiencia previa con el producto
 - Otro (especificar)_____

8. ¿Cuánto gasta al mes en artículos para el cuidado personal de los que viven en su hogar?

13. ¿Cómo calificas la calidad de los servicios educativos que reciben los miembros del hogar en edad escolar?

- Pésimo
- Malo
- Regular
- Bueno
- Excelente

2. Sobre las preguntas seleccionadas:

a) Dibuja la gráfica que corresponda a la variable de cada pregunta elegida.

Gráfica a) Los datos de la pregunta 5 son cualitativos nominales, por lo que el gráfico de barras simples o de pastel son los adecuados para este tipo de datos. Respuestas de 40 participantes.

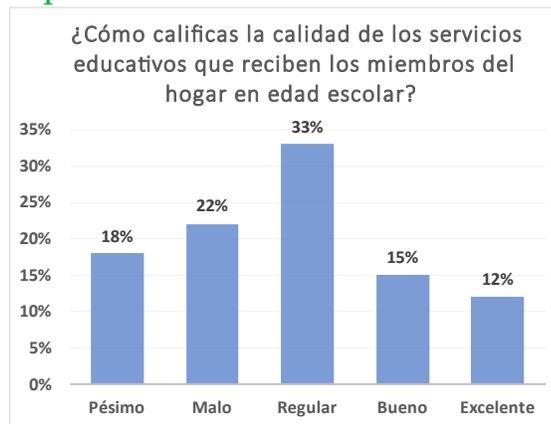
¿Cómo decides qué productos de limpieza comprar?



Gráfica b) Los datos de la pregunta 8 son cuantitativos continuos, por lo que el histograma es el adecuado para este tipo de datos. Respuestas de 40 participantes.



Gráfica c) Los datos de la pregunta 13 son cualitativos ordinales, por lo que el gráfico de barras simples o de pastel son los adecuados para este tipo de datos. Respuestas de 40 participantes.



b) ¿Qué tipo de variable se describe en cada gráfica dibujada?

Gráfica a) muestra la distribución de la variable aspecto a tomar en cuenta. Es una variable cualitativa nominal.

Gráfica b) muestra la distribución de la variable gasto mensual en artículos para el cuidado personal. Es una variable cuantitativa continua.

Gráfica c) muestra la distribución de la variable calidad de los servicios educativos. Es una variable cualitativa ordinal.

c) Calcula la media, mediana o moda según el tipo de variable.

En la gráfica a) la variable es cualitativa nominal, por lo que la moda es la medida de resumen que se puede calcular: moda = 14.

En la gráfica b) la variable es cuantitativa continua, por lo que es posible calcular la media, mediana o moda. La media es = 1286.

En la gráfica c) la variable es cualitativa ordinal, por lo que la moda o mediana son las medidas de resumen que se pueden calcular: La moda es "Regular".

d) ¿Qué conclusiones deduces de las medidas calculadas?

De la gráfica a) el aspecto más frecuente a tomar en cuenta para comprar un producto de limpieza es el precio.

Con respecto a la gráfica b) el gasto promedio mensual en artículos para el cuidado personal es de \$1286.

De acuerdo con la gráfica c) la calidad del servicio educativo más frecuente es regular.

Representación de la información

Progresión de aprendizaje 7

Evaluación Diagnóstica

En los deportes generalmente se recaban, organizan, analizan e interpretan datos relativos al rendimiento de los jugadores o equipo con el objetivo de evaluar el desempeño durante la temporada. A través de la cuantificación y el ordenamiento de los datos se intenta explicar los resultados, por lo que resulta una herramienta de suma utilidad para tomar decisiones basadas en la evidencia y proporciona instrumentos para la mejora en el entrenamiento y en la competencia.

En la Liga Mexicana del Pacífico (LMP) se obtuvieron los resultados que aparecen en la Tabla 7.1, durante la temporada 2022-2023.

1.

Equipo	Juegos jugados	Juegos ganados	Juegos perdidos
Algodoneros de Guasave	68	36	32
Tomateros de Culiacán	68	26	42
Venados de Mazatlán	68	33	35
Mayos de Navojoa	68	31	37
Yaquis de Obregón	68	38	30
Naranjeros de Hermosillo	68	43	25
Cañeros de los Mochis	68	41	27
Charros de Jalisco	68	29	39
Sultanes de Monterrey	68	32	36
Águilas de Mexicali	68	31	37
Total	680	340	340

Tabla 7.1. Frecuencia de juegos de beisbol jugados en la LMP. Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Liga_Mexicana_del_Pac%C3%ADfico_2022-23

1. Calcula

el promedio (media) de los juegos ganados de los equipos.

$$\bar{x} = \frac{36 + 26 + 33 + 31 + 38 + 43 + 41 + 29 + 32 + 31}{10} = \frac{340}{10} = 34$$

El promedio de los juegos ganados por equipo es 34.

2. ¿Qué valores se repiten en los datos de juegos ganados y perdidos?

31 en los juegos ganados y 37 en los perdidos.

3. ¿Qué tipo de análisis representan los datos anteriores? ¿Cualitativo o cuantitativo? **Cuantitativo.** Argumenta tu respuesta: **Se refieren a datos numéricos correspondientes a la cantidad de juegos jugados, ganados y perdidos.**

4. Observa la Figura 7.1 y analiza la información que se solicita:

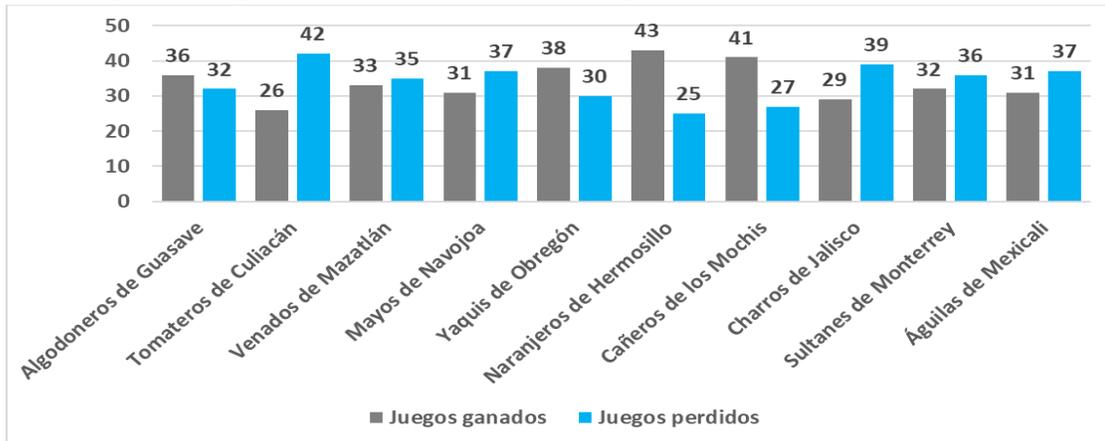


Figura 7.1. Resultados de juegos ganados y juegos perdidos de la LMP 2022-2023. Fuente: Elaboración propia, con base en: https://es.wikipedia.org/wiki/Liga_Mexicana_del_Pac%C3%ADfico_2022-23

a) ¿Qué información te muestra la gráfica presentada, y qué tipo de gráfico es? **Representa la cantidad de juegos ganados y perdidos por equipos de beisbol de la Liga Mexicana del Pacífico. Es un gráfico de barras.**

b) ¿Qué deduces con base en los datos presentados de la gráfica anterior?

Por ejemplo, que el equipo que más juegos ganó fue el de Naranjeros de Hermosillo con 43, seguido de los Cañeros de los Mochis con 42; el equipo con más juegos perdidos fue el de los Tomateros de Culiacán seguido de los Charros de Jalisco con 39. Solo 3 equipos ganaron más juegos en comparación con los que perdieron: Algodoneros, Naranjeros y Cañeros.

5. A la vista de los datos presentados de la gráfica de la Figura 7.2, ¿qué deduces?

No todos los equipos tuvieron un comportamiento similar. El rendimiento de los Naranjeros de Hermosillo fue el más alto, con un 13 %, seguido de los Cañeros de Los Mochis con el 12%. El más bajo el de los Charros de Jalisco con el 8%.

Cinco equipos estuvieron con un 10% o más de rendimiento y los otros 5 por debajo del 10%.

6. ¿Qué tipo de gráfico es?

Gráfico circular o de pastel.

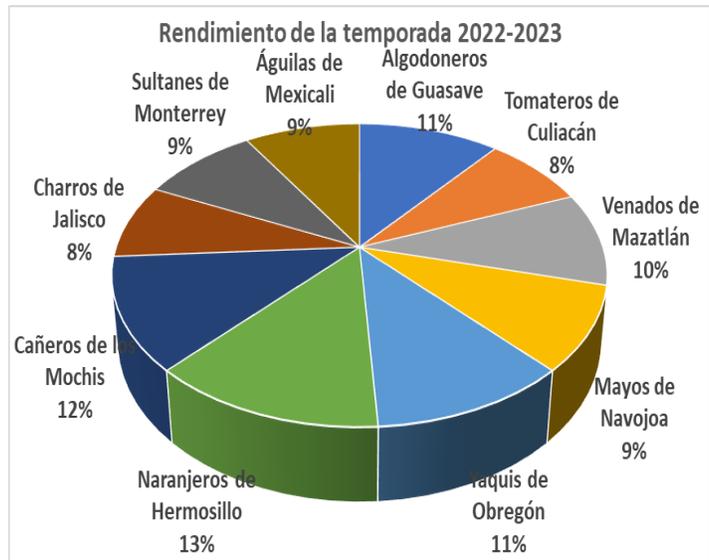


Figura 7.2. Rendimiento de la temporada 2022-2023 en la LMP. Fuente: Elaboración propia, con base en: <https://es.wikipedia.org/wiki/>

Actividad de aprendizaje 7.1

1. Elabora en el recuadro blanco un gráfico de doble barras con los datos obtenidos de una investigación sobre las carreras más demandadas en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) en los periodos 2022-2023 y 2023-2024. Apóyate en la Tabla 7.3.

Carreras con más demanda en la UNAM	2023-2024	2022-2023
Medicina	23,153	31,213
Derecho	13,993	23,313
Psicología	13,029	21,538
Administración	9,058	17,266
Arquitectura	7,729	10,650
Cirujano dentista	7,550	9,303
Contaduría	7,446	13,390
Enfermería	6,980	7,883
Pedagogía	6,427	9,394
Medicina Veterinaria y Zootecnia	5,889	8,006

Tabla 7.3. Carreras con más demandada en la UNAM. Fuente: Elaboración propia con base en: <https://blog.unitips.mx/carreras-mas-demandadas-de-la-unam> y <https://oferta.unam.mx> (Word, 2023)



2. ¿Qué conclusiones puedes observar de la gráfica elaborada?

En el ciclo 2023-2024 hubo menos demanda en total y en todas las carreras que en el ciclo 2022-2023. En ambos ciclos las carreras más demandadas fueron Medicina, Derecho y Psicología y la que menos Medicina Veterinaria y Zootecnia.

Actividad de aprendizaje 7.2

Con los datos obtenidos de la investigación sobre las carreras más demandadas en la UNAM en el período 2023-2024 que aparecen en la Tabla 7.3 elabora un gráfico circular con Microsoft Excel o lápiz y papel:

1. Calcula el total de la demanda de carreras y el porcentaje que representó la cantidad de cada carrera.

Total: 101,254

2. En una hoja de cálculo de Excel escribe la etiqueta de cada dato en la columna de la izquierda y anota los datos porcentuales en la fila del costado.

	A	B	C
1	Carreras con más	2023-2024	Porcentaje
2	demanda en la UNAM		
3	Medicina	23,153	23%
4	Derecho	13,993	14%
5	Psicología	13,029	13%
6	Administración	9,058	9%
7	Arquitectura	7,729	8%
8	Cirujano dentista	7,550	7%
9	Contaduría	7,446	7%
10	Enfermería	6,980	7%
11	Pedagogía	6,427	6%
12	Medicina veterinaria	5,889	6%
13	Total	101,254	

3. En insertar haz clic en la opción “Gráficos” y luego en “Gráfico circular” y elige el estilo que deseas que tenga el gráfico. Debes obtener un gráfico como el que aparece en la Figura 7.8.

Debes obtener un gráfico como el que aparece en la Figura 7.8 del libro Pensamiento Matemático I.



Figura 7.8. Gráfico circular o de pastel. Fuente: Elaboración propia, con base en: <https://blog.unitips.mx/carreras-mas-demandadas-de-la-unam> (Excel, 2023)

Actividad de aprendizaje 7.3

1. Pregunta a 20 alumnos de la clase su estatura en centímetros y elabora: el gráfico de puntos, histograma y polígono de frecuencias.

Datos hipotéticos de la estatura en cm de 20 alumnos de una clase:

162, 170, 165, 162, 169, 173, 171, 163, 163, 159,

164, 174, 168, 168, 164, 169, 170, 168, 169, 160

Ordenados en forma ascendente:

159, 160, 162, 162, 163, 163, 164, 164, 165, 168,

168, 168, 169, 169, 169, 170, 170, 171, 173, 174

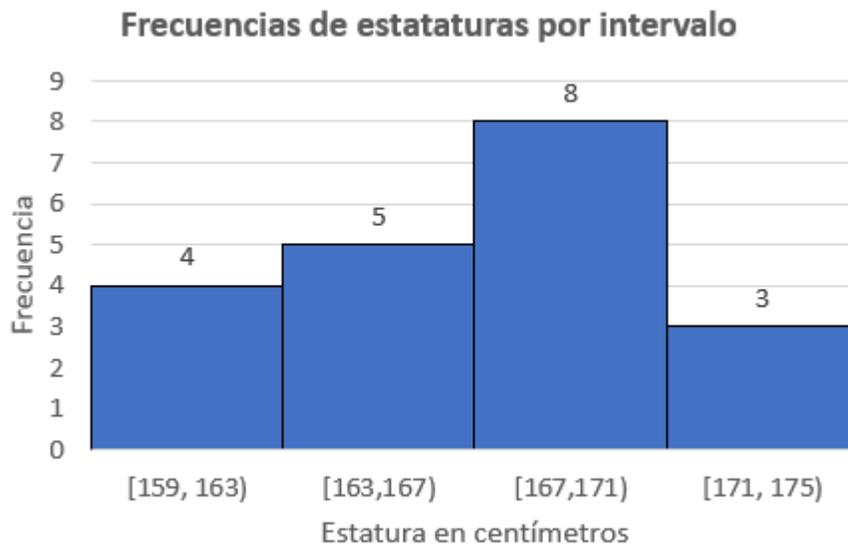
Gráfico de puntos:



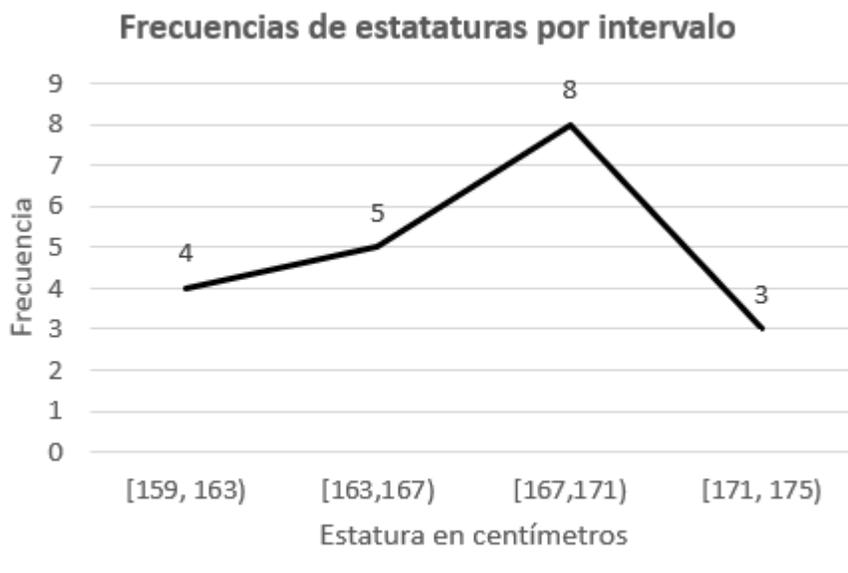
Histograma:

1. Rango, $R = \text{valor máximo} - \text{valor mínimo} = 174 - 159 = 15$
2. Número de intervalos, si $n = 20$: $k = \sqrt{n} = \sqrt{20} \approx 4.47$, se redondea a 4
3. Amplitud de los intervalos, $i = \frac{R}{k} = \frac{15}{4} = 3.75$, se redondea a 4
4. Organización de los datos en una tabla según los intervalos determinados, $[159,163)$, $[163,167)$, $[167,171)$, $[171,175]$:

Intervalos	Conteo	Frecuencia absoluta
$[159,163)$	IIII	4
$[163,167)$	IIII	5
$[167,171)$	IIII III	8
$[171,175]$	III	3



5. Polígono de frecuencias



2. Argumenta al final el comportamiento de dichas gráficas:

En el gráfico de puntos el rango es 15, lo que indica que los datos están dispersos y no se observan datos atípicos. Además, se observan agrupamientos: del 159 al 160, del 162 al 165, del 168 al 171 y del 173 al 174, así como huecos: del 160 al 162, del 165 al 168 y del 171 al 173. En conclusión, en el gráfico de puntos la distribución de los datos no muestra una forma de fácil interpretación, por lo que, al ser datos cuantitativos continuos, la sugerencia es hacer un histograma.

En el histograma se observa el centro, la dispersión y la forma de la distribución del conjunto de datos. Su distribución se observa ligeramente sesgada a la derecha dado que ahí se ubica el 65% de las estaturas. Además, las estaturas más frecuentes están en el intervalo de 167 a 171 cm. Por otra parte, los datos se distribuyen de la siguiente manera: el 20% de las estaturas están en el intervalo de 159 a 163 cm, el 25% en el intervalo de 163 a 167 cm, el 40% en el intervalo de 167 a 171 cm y el 25% en el intervalo de 171 a 175 cm.

Un gráfico en el que mejor se aprecia lo anterior es en el polígono de frecuencias. En él se observa que la distribución está ligeramente sesgada hacia la derecha; ello significa que la mayoría de las estaturas se encuentran en el lado izquierdo del gráfico, y hay algunos valores más altos hacia la derecha y por tanto que la media (168.35) es algo mayor que el valor central o mediana (168).

Actividad de aprendizaje 7.4

Gráfico de puntos, histograma y polígono de frecuencias. A continuación, se muestra el puntaje obtenido en 20 reactivos por 40 alumnos en el último examen bimestral en Pensamiento Matemático I.

10, 15, 11, 08, 12, 10, 13, 10, 12, 10, 12, 17, 10, 12, 11, 14, 15, 20, 10, 12, 10, 20, 14, 13, 05, 16, 05, 05, 14, 18, 07, 05, 12, 11, 02, 04, 14, 18, 16, 17.

1. Crea un gráfico de puntos, un histograma y un polígono de frecuencias en uno de los tipos de softwares de tu interés.



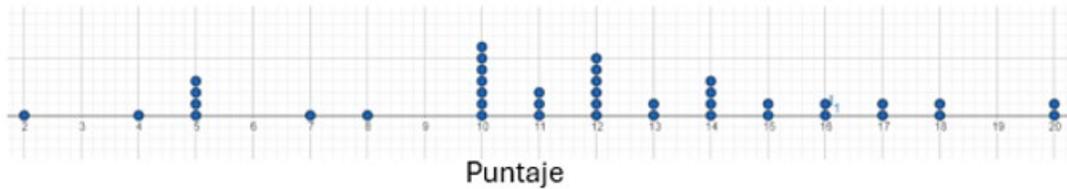
QR 7.1. Cómo crear gráficos en Canva. Fuente: Parzibyte, 2023.

QR 7.2. Cómo crear gráficos en Canva. Fuente: Parzibyte, 2023.

Datos en orden ascendente:

02 04 05 05 05 05 07 08 10 10 10 10 10 10 10 11 11 11 12 12
12 12 12 12 13 13 14 14 14 14 15 15 16 16 17 17 18 18 20 20

Gráfico de puntos:



Histograma:

Rango, $R = \text{valor máximo} - \text{valor mínimo} = 20 - 2 = 18$

Número de intervalos, si $n = 40$: $k = \sqrt{n} = \sqrt{40} \approx 6.32$, se redondea a 6

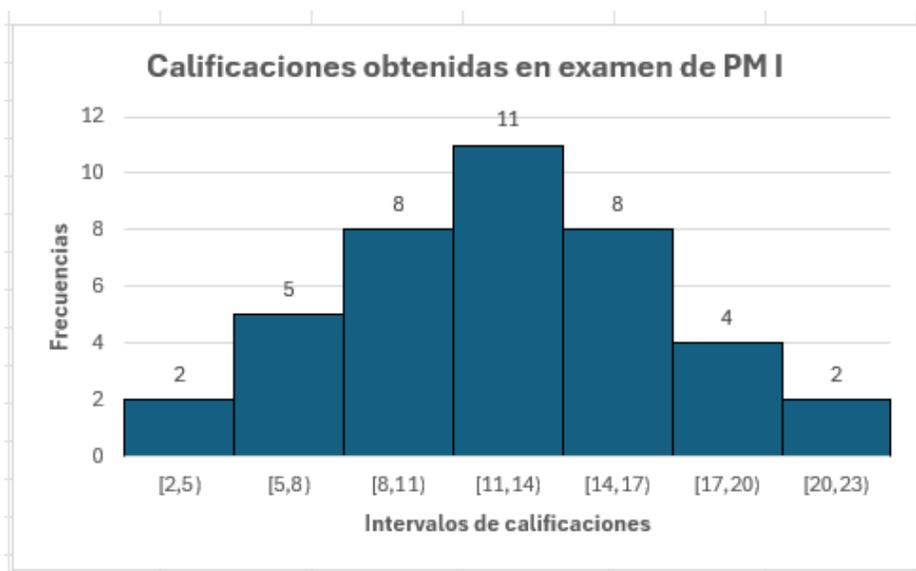
Amplitud de los intervalos, $i = \frac{R}{k} = \frac{18}{6} = 3$

El producto $i \cdot k = 18$ que no es mayor estricto que el valor del rango, también 18, por lo que se añade un intervalo más.

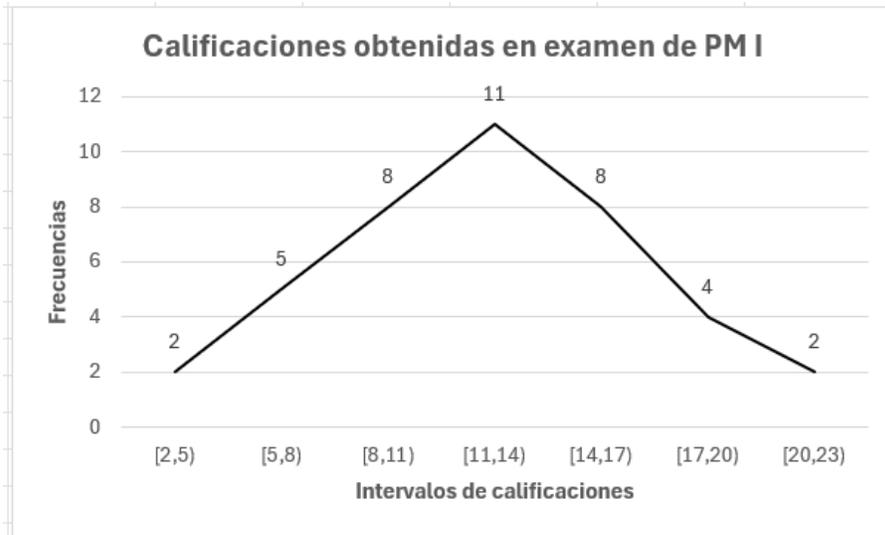
Organización de los datos en una tabla según los intervalos determinados:

[2,5), [5,8), [8,11), [11,14), [14,17), [17,20), [20,23):

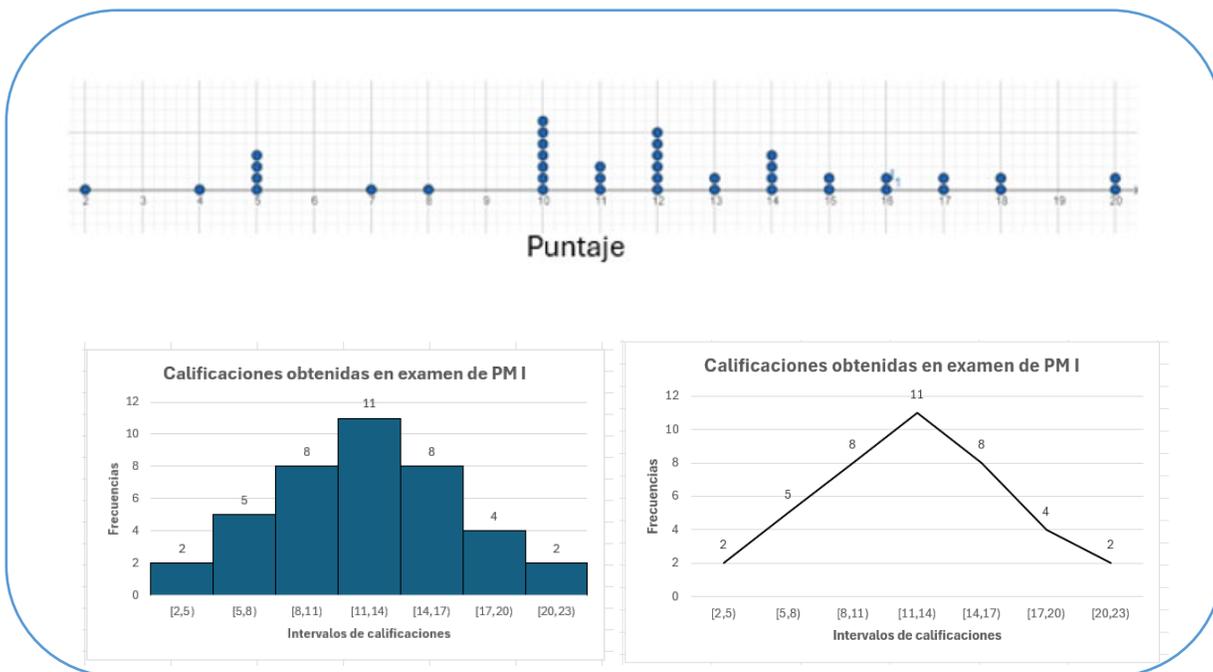
Intervalos	Conteo	Frecuencia absoluta
[2,5)	II	2
[5,8)	III	5
[8,11)	III III	8
[11,14)	III III I	11
[14,17)	III III	8
[17,20)	III	4
[20,23)	II	2



Polígono de frecuencias:



2. Toma una captura de pantalla de cada gráfica e insértalos en una hoja de Word o dibújalos, luego compáralos.



En el gráfico de puntos se observa que el rango es 18, aunque hay concentración de las calificaciones entre los valores 10 y 12. Se aprecia una mayor distribución de calificaciones hacia el lado derecho del valor 12.

En el histograma se observa una cierta uniformidad de la distribución hacia ambos lados respecto a un valor central, con determinada simetría.

En el polígono de frecuencias se observa esa distribución hacia ambos lados del polígono y por tanto no hay sesgo respecto a ninguno de los dos lados de la distribución de las calificaciones.

3. ¿Qué puedes decir de las frecuencias de las calificaciones?

Se concentran 16 de las 40 calificaciones entre 10 y 12. A la izquierda de este grupo hay 8 calificaciones y a la derecha hay 16.

4. ¿Observas alguna regularidad estadística en las frecuencias de las calificaciones?

En este conjunto de notas se aprecian algunas regularidades:

- Las notas 10, 12, y 14 aparecen con la mayor frecuencia. A esos valores están cercanos los valores 11 y 13, lo que representa cierta agrupación alrededor de estas notas.
- Por otra parte, no hay muchos valores extremadamente bajos o altos, lo que indica cierta distribución normal alrededor de la media en los resultados.

Actividad de aprendizaje 7.5

En las siguientes gráficas, determina el tipo de tendencia que muestran los datos y justifica tu respuesta.



Figura 7.18. Peso de 20 estudiantes

Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023).

Tendencia de dispersión

Valores alejados de las medidas de tendencia central. (Media: 61.6, Mediana: 61, Moda: 68)



Figura 7.19. Tiempo invertido en plataformas y dispositivos digitales.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023)

Tendencia estadística descendente. La Moda muestra una tendencia descendente ya que la mayoría de los datos se refieren al tiempo invertido en internet y en las demás formas va disminuyendo.



Figura 7.20. Resultados de JG y JP de la LMO 2022-2023.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023).

Tendencia estadística estacionaria. En general se aprecia una tendencia estacionaria, tanto en los juegos ganados como perdidos.



Figura 7.21. Impacto de Spotify en la industria de la música
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023).

Tendencia estadística ascendente. Se aprecia una tendencia ascendente, con un crecimiento constante del número de empleados en el transcurso de los años.

Actividad de aprendizaje 7.6

1. De la gráfica que elaboraste con las calificaciones de los estudiantes del grupo en la actividad de aprendizaje 7.4, analiza si se destaca:
 - a) Una tendencia creciente, decreciente o estacionaria:
No se aprecia ningún tipo de estas tendencias.
 - b) Un valor que más se repite o moda en la cantidad de datos:
La nota que más se repite o moda Mo es 10.

- c) El punto medio o mediana de los datos:
Al ser un número par de datos la mediana Me se obtiene como la semisuma de los dos valores centrales 12 y 12, por lo que en este caso $Me = 12$.
- d) Un valor que se aleje sustancialmente de los datos:
Una calificación aislada única de 2 muestra cierto alejamiento del resto de las notas.
2. a) Calcula el promedio o media aritmética de los datos obtenidos:
La suma S de las calificaciones es 410
El número n de calificaciones es 40
El promedio o media aritmética es $P = S/n = 410/40 = 11.4$
- b) ¿Se aprecia si los datos se concentran o dispersan respecto a alguno de los valores de tendencia central?
Los datos tienden a concentrarse alrededor de la Media y de la Mediana, un poco menos respecto a la Moda.
Justifica tu respuesta:

En las gráficas se observa que hay concentración de las calificaciones en la zona central de los diagramas, sin que exista una tendencia creciente o decreciente de los datos.

La relación entre variables categóricas

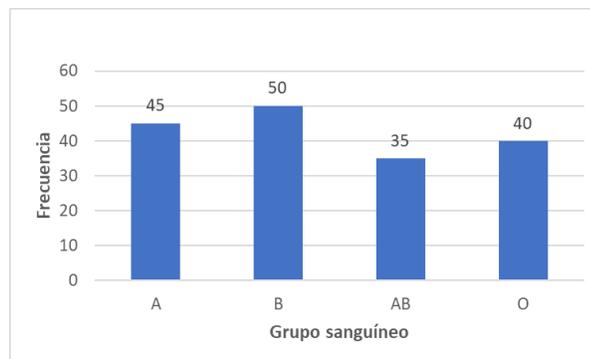
Progresión de aprendizaje 8

Por ejemplo, si en un hospital hay 170 enfermos hospitalizados, el grupo sanguíneo, que es una variable categórica, se registra dentro de la historia clínica. Si bien es una variable no numérica, es posible saber cuántos, del total de enfermos, están en cada rango de valores. Supongamos que se obtiene lo siguiente:

Grupo:	A	B	AB	O
Cantidad:	45	50	35	40

Actividad de aprendizaje 8.1

Con los datos anteriores, utilizando Excel, confecciona un gráfico de barras para representarlos.



1. ¿Se aprecia algún tipo de tendencia en dichos datos, en ese caso cuál?
Sí, se observa una tendencia estacionaria. Además, el tipo sanguíneo más frecuente es el grupo B y el menos frecuente es el AB.
2. ¿Qué medida de tendencia central es más apropiada para caracterizar estos datos? Dado que los datos son cualitativos nominales, la medida de tendencia más apropiada es la moda.

Actividad de aprendizaje 8.2

Identifica en cada una de las siguientes expresiones las variables categóricas y las cuantitativas.

1. En una investigación epidemiológica se analiza la influencia que tiene la **vacunación contra cierta enfermedad** en las **personas que contraen ese padecimiento**.
Vacunación contra cierta enfermedad: categórica

Personas que contraen esa enfermedad: cuantitativa

2. En una investigación sobre la anemia se estudia la relación que hay entre el **consumo de determinados alimentos** y la **concentración de hemoglobina**.

Consumo de determinados alimentos: categórica

Concentración de hemoglobina: cuantitativa

3. En una investigación, realizada por oculistas, se busca determinar la influencia que tiene el **tiempo que se utiliza el celular** en la **fatiga ocular**.

Tiempo que se utiliza el celular: cuantitativa

Fatiga ocular: categórica

4. En una investigación, realizada por médicos, se analiza la relación que hay entre el **tipo de grasas** y la **presión arterial**.

Tipos de grasas que consume: categórica

Nivel de la presión arterial: cuantitativa

5. En un estudio, realizado por médicos, se analiza cómo la **actividad física** mejora la **circulación de la sangre**.

Actividad física: categórica

Circulación de la sangre: categórica

6. En una investigación, realizada por gastroenterólogos, se busca determinar cómo la **cantidad de café** puede modificar los **niveles de reflujo del ácido estomacal**.

Cantidad de café: cuantitativa

Nivel de reflujo del ácido estomacal: categórica

7. En una investigación realizada por estudiantes de ciencias de la educación se busca establecer cómo el **método de estudio elegido** influye en el **rendimiento académico**.

Método de estudio: categórica

Rendimiento académico: cuantitativa

Actividad de aprendizaje 8.3

Escribe tres ejemplos similares a los planteados en la actividad de aprendizaje 8.2 y que puedan ser investigados posteriormente por ti.

1. En un estudio realizado por nutricionistas se busca determinar cómo la **dieta rica en fibra** influye en la **salud del sistema digestivo**.
2. En un estudio llevado a cabo por expertos en mercadotecnia se explora cómo el **diseño del empaque** influye en la **decisión de compra del consumidor**.

3. En una investigación realizada por especialistas en ciencias ambientales se busca establecer cómo la **deforestación** afecta la **biodiversidad de una región**.

Actividad de aprendizaje 8.4

La siguiente es una tabla de doble entrada o de contingencia que muestra el número de jugadores de béisbol de la Liga Mexicana del Pacífico de México que hacen estiramiento antes de cada juego, y cuántos tuvieron lesiones durante la temporada regular.

	Lesión durante el año pasado	No lesión durante el año pasado	Total
Hace estiramientos	45	255	300
No hace estiramientos	189	211	400
Total	234	466	700

1. ¿Qué variables se contrastan?

Se contrastan los estiramientos y las lesiones.

2. ¿A qué tipo de variables se hace referencia, cuantitativas o categóricas? Argumenta tu respuesta.

Ambas variables son categóricas, dado que:

- La variable estiramientos tiene como categorías: sí y no.
- La variable lesión durante el año pasado tiene como categorías: sí y no.

3. Completa la siguiente tabla con los porcentajes correspondientes.

	Lesión durante el año pasado	%	No lesión durante el año pasado	%	Total
Hace estiramientos	45	$\frac{45}{300} = 0.15$ 15%	255	$\frac{255}{300} = 0.85$ 85%	300
No hace estiramientos	189	$\frac{189}{400} = 0.4725$ 47.25%	211	$\frac{211}{400} = 0.5275$ 52.75%	400
Total	234	62.25%	466	137.75%	700

Otra forma de ver las proporciones condicionales en porcentajes por fila es la siguiente:

Hace estiramientos	Lesión durante el año pasado		
	Sí (%)	No (%)	Total
Sí (%)	15%	85%	100%
No (%)	47.25%	52.75%	100%
Total	62.25%	137.75%	200%

Tabla 8.1. Proporciones condicionales por fila.

Y las proporciones condicionales en porcentajes por columna es la siguiente:

Hace estiramientos	Lesión durante el año pasado		
	Sí (%)	No (%)	Total
Sí (%)	19.23%	54.72%	73.95%
No (%)	80.77%	45.28%	126.05%
Total	100%	100%	200%

Tabla 8.2. Proporciones condicionales por columna.

4. Valora los datos de la tabla anterior, y elabora una conclusión respecto a la posible relación que existe entre hacer o no estiramientos, además de presentar o no lesiones. Para saber si los estiramientos están relacionados con las lesiones comparamos las proporciones condicionales con las probabilidades marginales (calculadas con los datos de la tabla original considerando los totales por columna). Si son iguales, los estiramientos no están relacionados con las lesiones (las variables son independientes). Si son diferentes, los estiramientos están relacionados con las lesiones (las variables son dependientes).

De la tabla 8.1, las proporciones condicionales (probabilidad condicional $P(L|E) = P(L \cap E)/P(E)$, sí L y E son independientes $P(L|E) = P(L)$) por fila de la categoría hace estiramientos son:

- la probabilidad condicional de que sufriera una lesión dado que hace estiramientos es: $P(L|E) = 0.15$.
- la probabilidad condicional de que no sufriera una lesión dado que hace estiramientos es: $P(\bar{L}|E) = 0.85$.

De la tabla original, las probabilidades marginales correspondientes son:

- La probabilidad marginal de que un jugador sufra una lesión es: $P(L) = 234/700 = 0.3343$.
- La probabilidad marginal de que un jugador no sufra una lesión es $P(\bar{L}) = 466/700 = 0.6657$.

En consecuencia:

- $P(L|E) = 0.05$ y $P(L) = 0.3343$, no son iguales.
- $P(\bar{L}|E) = 0.85$ y $P(\bar{L}) = 0.6657$, no son iguales.

Por lo tanto, concluimos que las variables son independientes. Es decir, los estiramientos no están relacionados con las lesiones de los jugadores.

Lo anterior también se puede hacer de manera análoga por columnas.

De la tabla 8.1, las proporciones condicionales (probabilidad condicional $P(E|L) = P(E \cap L)/P(L)$, si E y L son independientes $P(E|L) = P(E)$) por fila de la categoría hace estiramientos son:

- la probabilidad condicional de que haga estiramientos dado sufrió una lesión es: $P(E|L) = 0.1923$.
- la probabilidad condicional de que no haga estiramientos dado sufrió una lesión es: $P(\bar{E}|L) = 0.8077$.

De la tabla original, las probabilidades marginales correspondientes son:

- La probabilidad marginal de que un jugador hace estiramientos es:
 $P(E) = 300/700 = 0.4286$
- La probabilidad marginal de que un jugador no hace estiramientos es
 $P(\bar{E}) = 400/700 = 0.5714$

En consecuencia:

- $P(E|L) = 0.1923$ y $P(E) = 0.4286$, no son iguales.
- $P(\bar{E}|L) = 0.8077$ y $P(\bar{E}) = 0.5714$, no son iguales.

Por lo tanto, concluimos que las variables son independientes. Es decir, las lesiones de los jugadores no están relacionados con los estiramientos.

Actividad de aprendizaje 8.5

Aplica la prueba de independencia Chi-cuadrado, con un nivel de significancia 0.01, al ejemplo de la Actividad de aprendizaje 8.4, para determinar si existe relación entre las variables: jugadores de beisbol que hacen estiramiento o no antes de cada juego y la posibilidad de tener o no lesiones.

1. Forma la tabla de contingencia 2x2.

	Lesión durante el año pasado	No lesión durante el año pasado	Total
Hace estiramientos	45	255	300
No hace estiramientos	189	211	400
Total	234	466	700

2. Formula H_0 : los estiramientos y las lesiones son independientes.

H_1 : Los estiramientos están relacionados con las lesiones de los jugadores de beisbol.

3. Aplica la calculadora prueba de independencia Chi-cuadrado y obtienes $\chi^2 \approx 80.1313$.

Frecuencia observada (f_o)	Lesión durante el año pasado	No lesión durante el año pasado	Total
Hace estiramientos	45	255	300
No hace estiramientos	189	211	400
Total	234	466	700

Frecuencia esperada (f_e)	Lesión durante el año pasado	No lesión durante el año pasado	Total
Hace estiramientos	100.29	199.71	300
No hace estiramientos	133.71	266.29	400
Total	234	466	700

Si se efectúa de forma manual, se obtiene:

$$\begin{aligned} \chi^2 &\approx \frac{(45 - 100.29)^2}{100.29} + \frac{(255 - 199.71)^2}{199.71} + \frac{(189 - 133.71)^2}{133.71} + \frac{(211 - 266.29)^2}{266.29} \\ &\approx 30.4815 + 15.3071 + 22.8628 + 11.4799 \\ &\approx 80.1313 \end{aligned}$$

4. Determina el grado de libertad:

$$(\text{Número de filas} - 1) (\text{Número de columnas} - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = (1)(1) = 1$$

5. Obtén en la tabla de distribución Chi-cuadrado el valor crítico de la prueba para ese grado de libertad y nivel de significancia:

Para un valor de significancia $\alpha = 0.01$ y un grado de libertad, el valor crítico es igual a 6.635.

6. Compara los valores obtenidos por la calculadora y por la tabla:

$$\chi^2 \approx 80.1313 > 6.635$$

7. ¿A qué conclusión llegas?

Dado que el valor del estadístico de prueba es mayor que el valor crítico, $\chi^2 \approx 80.1313 > 6.635$, se rechaza la hipótesis H_0 . Es decir, los estiramientos están relacionados con las lesiones de los jugadores de beisbol.

Actividad de aprendizaje 8.6

La siguiente tabla muestra la relación que existe entre el consumo de comida chatarra y la obesidad en alumnos del primer grado de la preparatoria Guasave Diurna.

	Presenta obesidad	No presenta obesidad	Total
Consume comida chatarra	300	290	590
No consume comida chatarra	290	320	610
Total	590	610	1200

1. ¿Qué variables se contrastan?

Se contrastan el consumo de comida chatarra y la obesidad.

2. ¿A qué tipo de variables hace referencia? ¿Cuantitativas o categóricas? Argumenta tu respuesta.

El consumo de comida chatarra y la obesidad son variables categóricas, cada una tiene como categorías: sí, no.

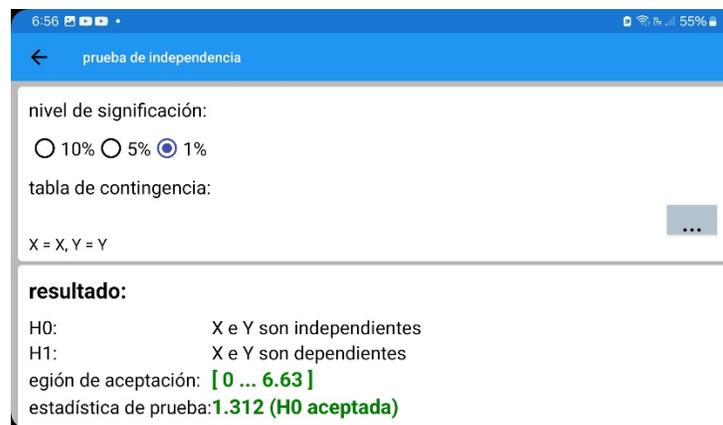
3. Elabora una hipótesis nula H_0 y la alternativa H_1 y aplica la prueba de independencia Chi-cuadrado con un nivel de significancia de 0.01, utilizando alguna herramienta digital.

H_0 : El consumo de comida chatarra y la obesidad en alumnos del primer grado de la Preparatoria Guasave Diurna son independientes.

H_1 : El consumo de comida chatarra está relacionado con la obesidad en alumnos de primer grado de la Preparatoria Guasave Diurna

4. ¿A qué conclusión llegas?

Usando la aplicación *Mathematics* para $\alpha = 0.01$ (equivalente al 1%) y un grado de libertad.



O usando la liga <https://statologos.com/calculadora-prueba-de-independencia-chi-cuadrado/>

	Grupo 1	Grupo 2
Categoría 1	300	290
Categoría 2	290	320
Categoría 3		
Categoría 4		
Categoría 5		

Calcular

Estadística de prueba χ^2 : 1.311932

El valor del estadístico de prueba $\chi^2 \approx 1.3119$.

El valor crítico para el nivel de significancia 0.01 con 1 grado de libertad es: 6.635.

Dado que el valor del estadístico de prueba es menor que el valor crítico, $\chi^2 \approx 1.3119 < 6.635$, se acepta la hipótesis H_0 . Es decir, el consumo de comida chatarra y la obesidad en alumnos del primer grado de la Preparatoria Guasave Diurna son independientes.

La relación entre variables cuantitativas

Progresión de aprendizaje 9

Actividad de aprendizaje 9.1

Determina la ecuación de la recta trazada en la siguiente gráfica y completa la tabla.

Procedimiento:

1. Identifica las coordenadas de los puntos A , B , C y D en la gráfica y completa la tabla.
2. Utiliza la fórmula de la pendiente de una recta.
3. Datos necesarios: $b = 1$
4. Para determinar el valor de m , se necesitan las coordenadas de dos puntos de la recta:
 $A(0, 1) \rightarrow x_1 = 0, y_1 = 1$
 $B(1, 3) \rightarrow x_2 = 1, y_2 = 3$
5. Sustituye en la fórmula.
6. El valor de la pendiente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{1 - 0} = 2$
7. Sustituye en $y = mx + b$
8. La ecuación de la recta es: $y = 2x + 1$

x	y	Puntos
0	1	$(0, 1)$
1	3	$(1, 3)$
2	5	$(2, 5)$

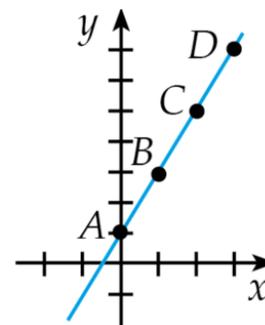
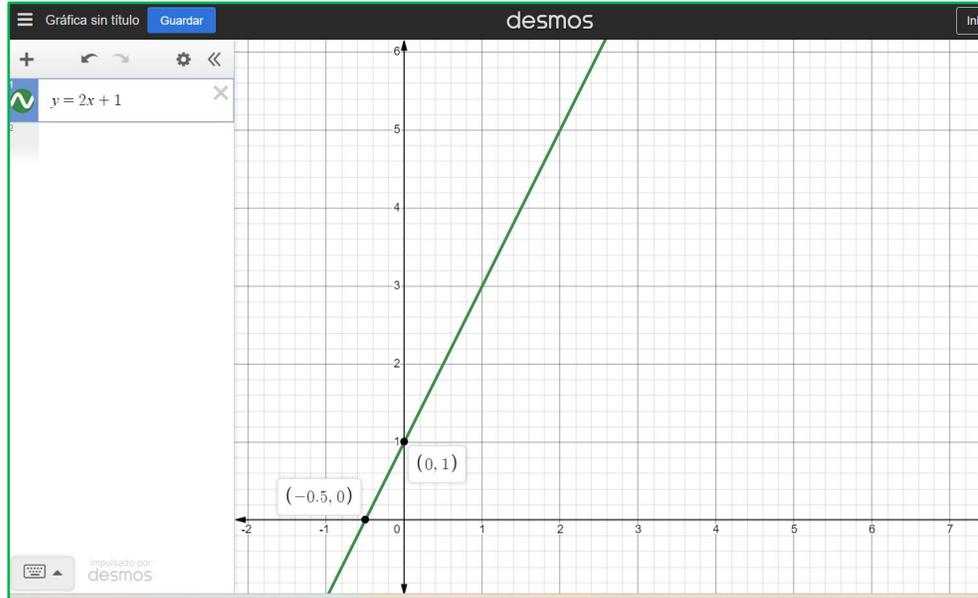


Figura 9.1b. Figura 9.1b.
Gráfica de la ecuación $y = mx + b$
Fuente: Elaboración propia Desmos, 2023)



Código QR 9.1.
Comprueba el resultado en
Demos.
Fuente: Parzibyte, 2023.

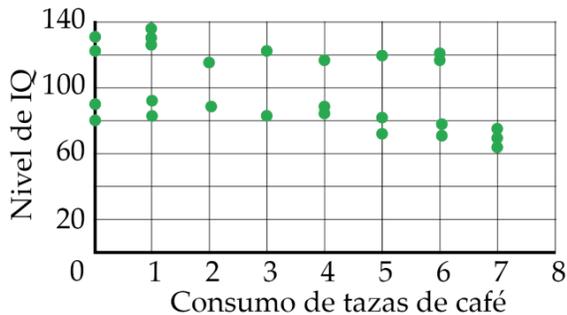
Comprobación utilizando Desmos:



Actividad de aprendizaje 9.2

Analiza y determina si existe correlación entre las variables de los siguientes ejercicios. Argumenta basándote en la lectura anterior.

1. Consumo de café x frente al Coeficiente Intelectual de las personas y .



¿Existe correlación? Existe una correlación débil.

Argumenta. No se aprecia una correlación fuerte en la nube de puntos; están parcialmente dispersos y con cierta tendencia a ser una correlación inversa.

Figura 9.9. Gráfico de dispersión.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023).

2. Altura de alumnos x y sus puntajes de exámenes y .

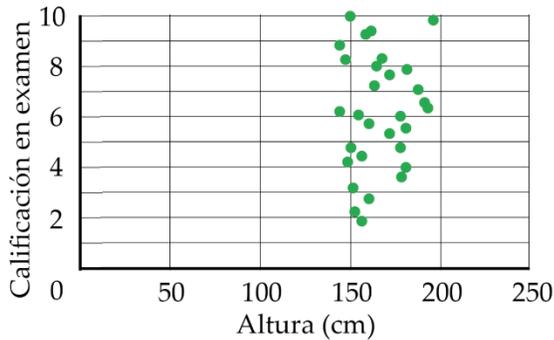


Figura 9.10. Gráfico de dispersión.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023)

¿Existe correlación? **Sí, correlación fuerte.**
Argumenta. Se aprecia una agrupación concentrada en la nube de puntos y están cerca de una línea de tendencia.

3. Semanas trabajadas x y la paga a un ingeniero y .

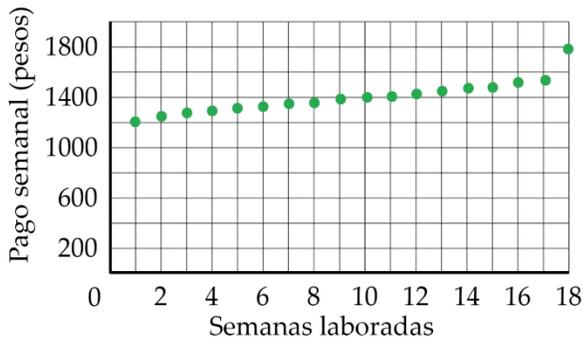


Figura 9.11. Gráfico de dispersión.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023)

¿Existe correlación? **Sí, correlación directa o positiva.**

Argumenta. Se aprecia una correlación fuerte, ya que en la medida que crecen las semanas trabajadas en igual dirección crece la paga al ingeniero. Los puntos se agrupan alrededor de la recta de regresión que pudiera trazarse.

4. Talla del calzado x y películas vistas en un año por los estudiantes y .

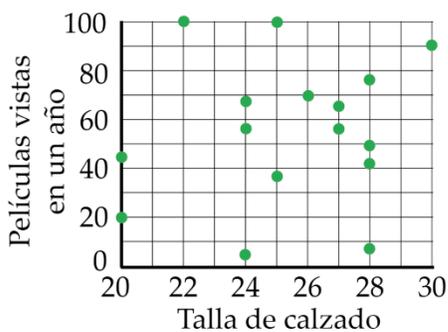
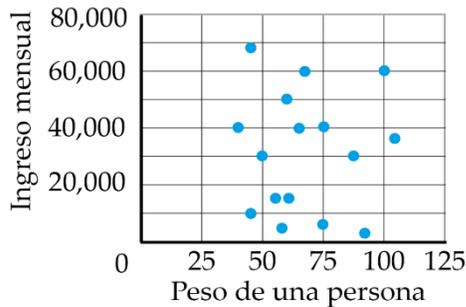


Figura 9.12. Gráfico de dispersión.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023)

¿Existe correlación? **Correlación nula.**

Argumenta. Hay dispersión en la distribución de los datos y en la nube de puntos se aprecian varios que se separan significativamente en el gráfico.

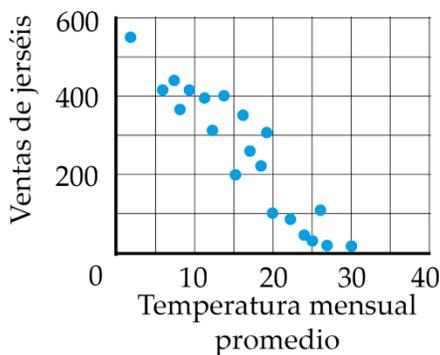
5. Peso de una persona x y sus ingresos mensuales y .



¿Existe correlación? **Correlación débil.**
 Argumenta. Se pone de manifiesto una cierta dispersión en la nube de puntos, sin que se acerquen a una línea de tendencia.

Figura 9.13. Gráfico de dispersión.
 Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023)

6. La temperatura x y venta de jerséis y .



¿Existe correlación? **Correlación fuerte inversa.**

Argumenta. Se aprecia que los puntos en el gráfico de dispersión tienden a agruparse en una dirección específica alrededor de una recta de regresión descendente que pudiera trazarse.

Figura 9.11. Gráfico de dispersión.
 Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023)

7. ¿Consideras que es útil el uso del gráfico de dispersión para determinar la correlación entre dos variables? ¿Por qué?

Es útil, pues permite, gráficamente, a través de la ubicación de los puntos que reflejan las mediciones de dos variables, apreciar de forma intuitiva si existe una correlación entre las dos variables.



Actividad de apoyo 9.1

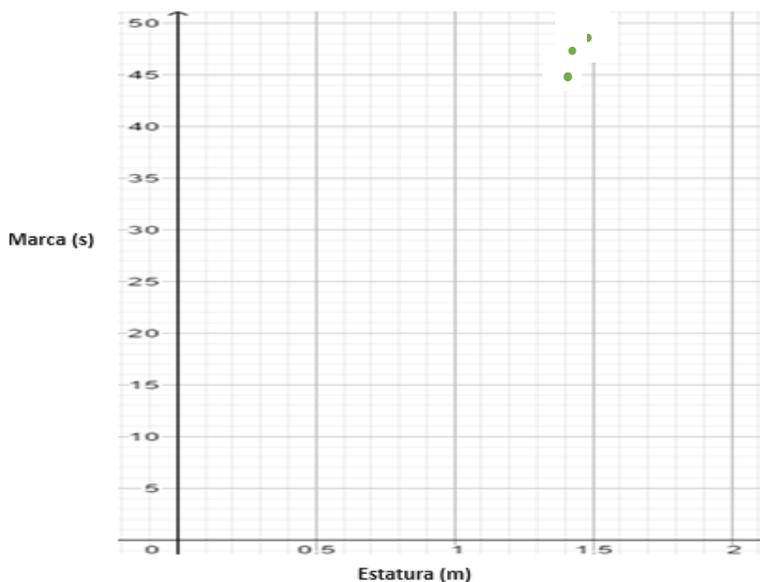
QR 9.3. Para profundizar sobre la Actividad de aprendizaje 9.2. Fuente: Parzibyte, 2023).

Actividad de apoyo 9.1

La marca en segundos y la estatura medida en metros de algunas atletas que son consideradas campeonas mundiales de los 400 m, se muestran en la siguiente tabla.

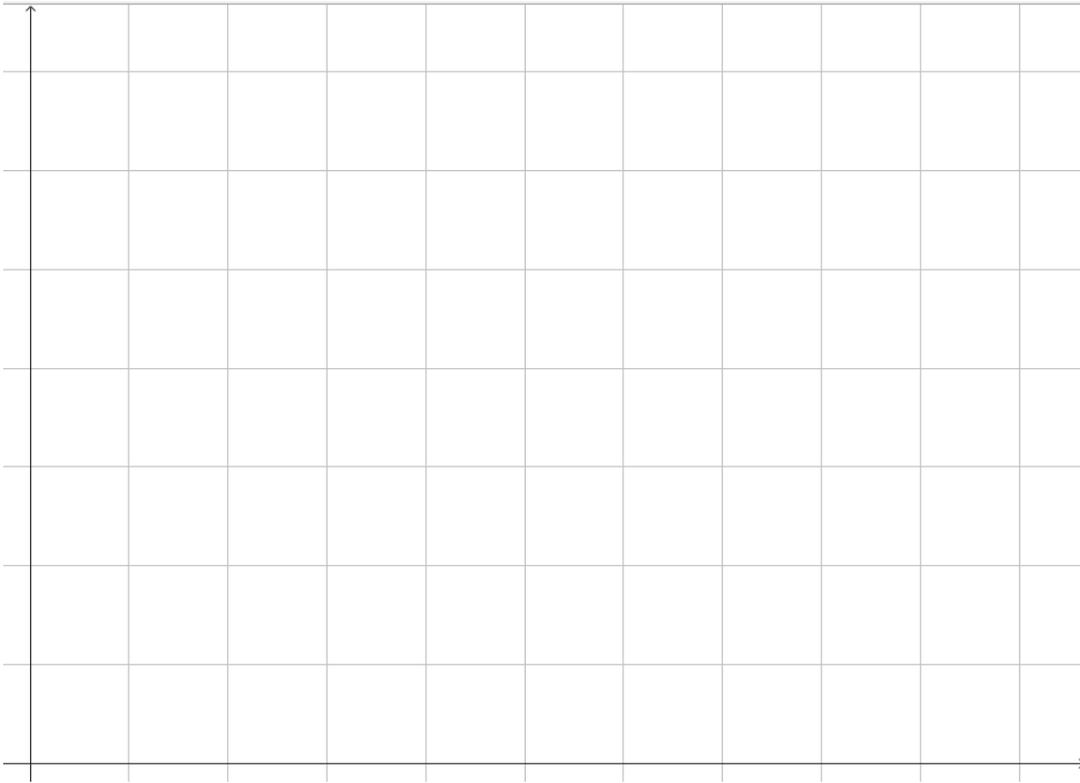
Atleta	Marca (s)	Estatura (m)
Marita Koch	47,60	1.71
Jarmila Kratochvílová	47,99	1.71
Salwa Eid Naser	48,14	1.68
Marie-José Pérec	48,25	1.8
Shaunae Miller-Uibo	48,37	1.85
Cathy Freeman	48,63	1.64
Sanya Richards	48,70	1.73
Sydney McLaughlin	48,74	1.75
Marileidy Paulino	48,76	1.72
Valerie Brisco-Hooks	48,83	1.7
Ana Guevara	48,89	1.73

En el siguiente plano ubica un punto donde indiques la marca de cada atleta conforme a su estatura. (En el plano cartesiano que aparece en la progresión es difícil ubicar los puntos por la selección de la escala, ya que se superponen)

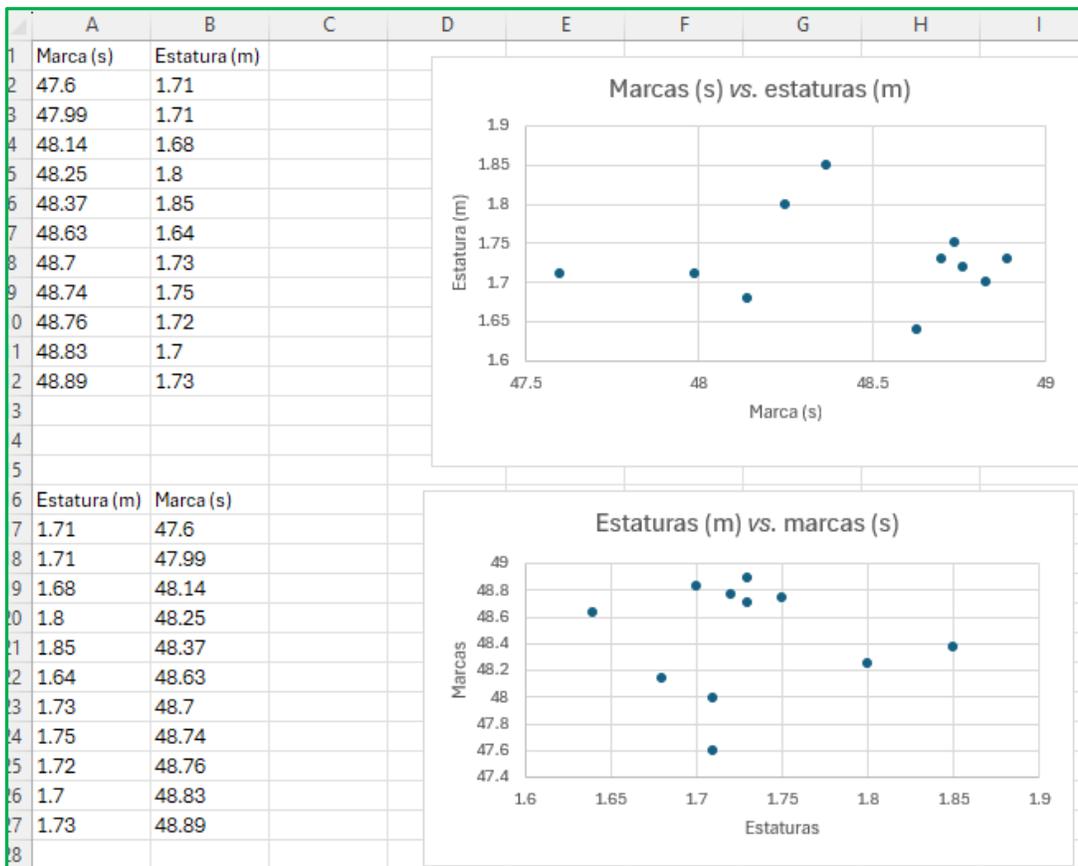


Se debe sustituir por:

En el siguiente plano establece una escala apropiada para cada eje y ubica un punto donde indiques la marca de cada atleta conforme a su estatura.



El resultado pudiera expresarse en cualquiera de las dos formas siguientes:



En fenómenos que llevan directamente una relación funcional, los puntos que representan los valores de las variables, se ajustan perfectamente a una recta o una curva (ver las Figura 9.1 y Figura 9.2, del código QR 9.3).

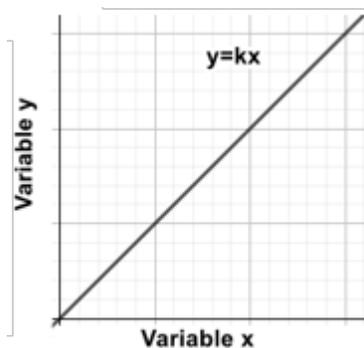


Fig.9.1. Relación funcional representada por una recta.

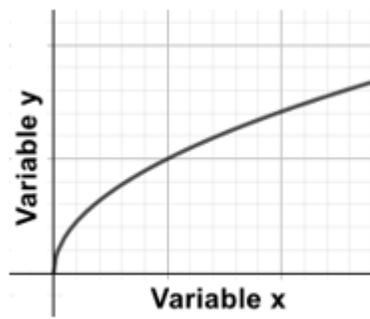


Fig.9.2. Relación funcional representada por una curva.

En cambio, en fenómenos que implican una relación estadística, los datos observados pueden originar una nube de puntos (ver la Figura 9.3 del código QR 9.3).

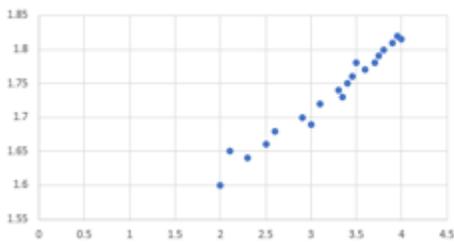


Fig.9.3. Representación de datos que implican una relación estadística.

Los gráficos como el de la Figura 9.3 reciben el nombre de gráficos de dispersión.

En el gráfico marca *vs.* estatura, ¿observas una relación funcional o una relación estadística?

Se observa una relación estadística.

¿Cómo se le llama al gráfico que acabas de realizar?

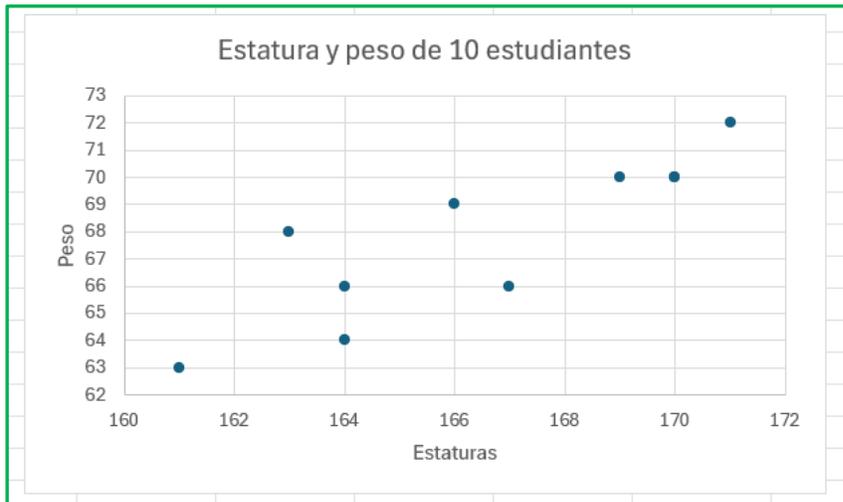
Gráfico de dispersión.

Actividad de aprendizaje 9.3

- Organízate y solicita la estatura en metros y el peso en kilogramos a otros 10 estudiantes. Usa la variable x para representar la estatura en metros y la variable y para el peso en kg.
- Registra los datos de cada alumno en la tabla de la derecha:
(Datos hipotéticos)

Alumno	Estatura x	Peso y
1	166	69
2	163	68
3	170	70
4	171	72
5	164	66
6	169	70
7	161	63
8	167	66
9	164	64
10	170	70

3. Usa los datos de la tabla para construir el gráfico de dispersión. Observa que cada punto (x_1, y_1) en el gráfico corresponde a los datos de un alumno.



4. Argumenta con base a la naturaleza y fuerza de la correlación, ¿qué tipo de relación hay entre las variables estatura y peso?

Con base a la naturaleza de los datos se observa una correlación fuerte y positiva entre las variables estatura y peso.



Actividad de apoyo 9.2

QR 9.4. Para profundizar sobre la Actividad de aprendizaje 9.3.
Fuente: Parzibyte, 2023.

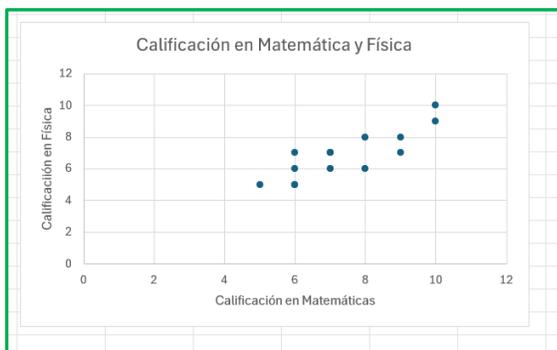
Actividad de apoyo 9.2

Investiga las calificaciones de secundaria obtenidas por 15 de tus compañeros en las asignaturas de matemáticas, física y arte y regístralo en la siguiente tabla:

(Datos hipotéticos)

Estudiante	Calificación en Matemáticas	Calificación en Física	Calificación en Artes
1	9	7	6
2	8	8	7
3	7	6	9
4	6	5	8
5	5	5	7
6	6	7	9
7	8	6	8
8	7	7	9
9	10	9	10
10	9	8	10
11	6	5	8
12	7	7	10
13	10	10	10
14	6	6	8
15	8	7	9

Gráficos de correlación:



Contesta las siguientes preguntas:

¿Cómo es la correlación entre las variables correspondientes al primer gráfico de dispersión?

Gráficamente se observa que hay una correlación fuerte y directa; ambos datos de las calificaciones aumentan en la misma dirección. (El coeficiente de correlación, que es 0.852154326, próximo a uno así lo confirma.)

¿Cómo es la correlación entre las variables correspondientes al segundo gráfico de dispersión?

Gráficamente se observa que hay una correlación débil; los puntos están parcialmente dispersos. (El coeficiente de correlación, que es 0.246636635, más próximo a cero que a uno así lo confirma.)

¿Eran de esperarse los resultados anteriores? Sí

¿Por qué?

Por lo general, los estudiantes que son buenos en las ciencias obtienen resultados bastante similares en Matemáticas y Física. No ocurre exactamente así, en el caso de los que son buenos en humanidades y letras respecto a las ciencias.

¿Qué podrías decir de la correlación del gráfico de dispersión de estatura y marca de los atletas?

Gráficamente se observa que hay una correlación débil; la nube de puntos está parcialmente dispersa.



Actividad de apoyo 9.3

QR 9.5. Para profundizar sobre la variación del coeficiente de correlación.
Fuente: Parzibyte, 2023.

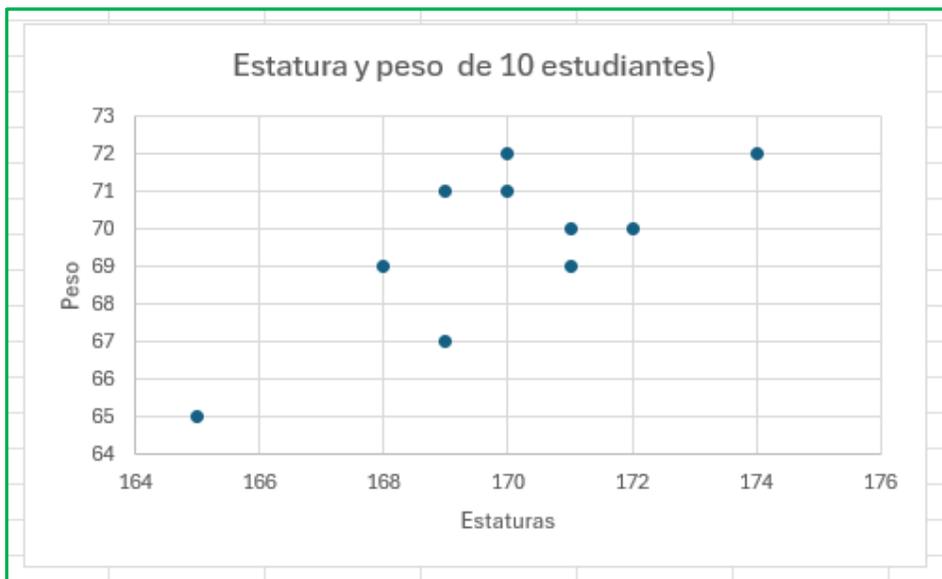
Actividad de apoyo 9.3

Investiga la estatura (cm) y el peso (masa en kg) de 10 compañeros y regístralos en la siguiente tabla:

Datos hipotéticos:

Estudiante	Estatura (cm)	Peso (kg)
1	172	70
2	170	71
3	169	67
4	165	65
5	171	69
6	170	72
7	174	72
8	171	70
9	168	69
10	169	73

Realiza el gráfico de dispersión



Marca la opción que creas correcta.

El coeficiente de correlación entre la estatura y el peso será:

-1	Entre -1 y 0	0	Entre 0 y 1	1
		X		

Retomando las gráficas de las actividades de apoyo 9.1 y 9.2.

El coeficiente de correlación entre la estatura y la marca de las atletas antes mencionadas será:

-1	Entre -1 y 0	0	Entre 0 y 1	1
		X		

El coeficiente de correlación entre las calificaciones de matemáticas y física será:

-1	Entre -1 y 0	0	Entre 0 y 1	1
			X	

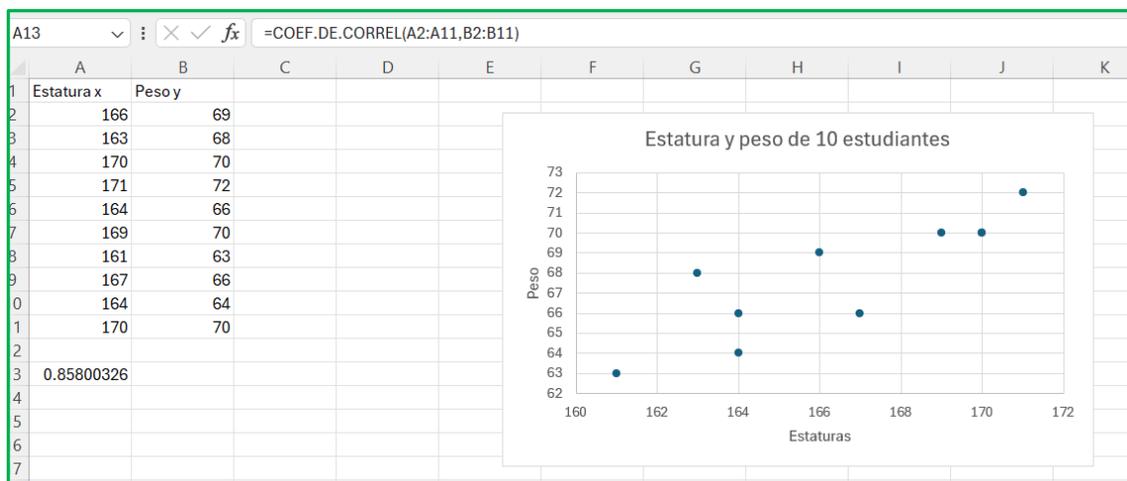
El coeficiente de correlación entre las calificaciones de matemáticas y arte será:

-1	Entre -1 y 0	0	Entre 0 y 1	1
			X	

Actividad de aprendizaje 9.4

Usa los datos de la Actividad de aprendizaje 9.3 y realiza lo siguiente:

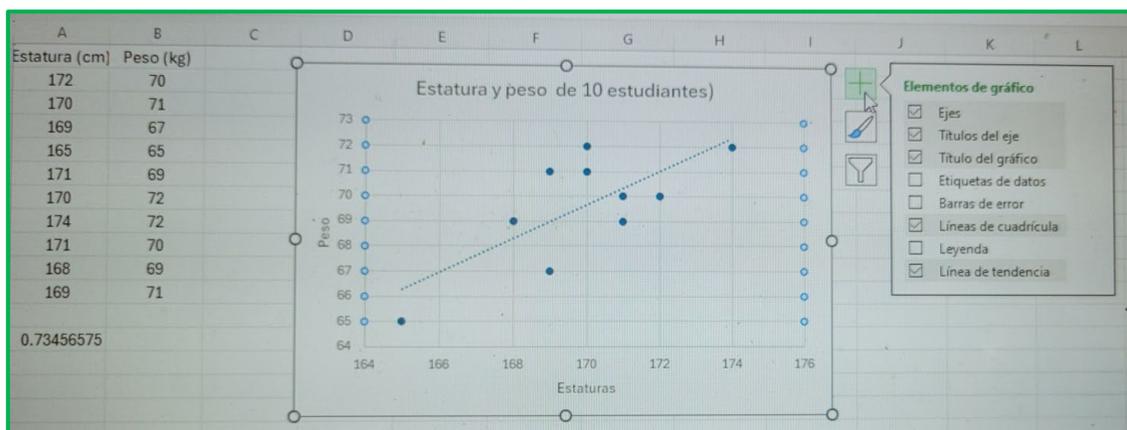
1. Abre la aplicación **Hojas de Cálculo** en el dispositivo móvil.
2. Captura en la tabla los datos que registraste en la Actividad de aprendizaje 9.3.
3. Utiliza la función **COEF.DE.CORREL**, luego, selecciona los datos de las variables estatura (x) y peso (y) y calcula el coeficiente de correlación.



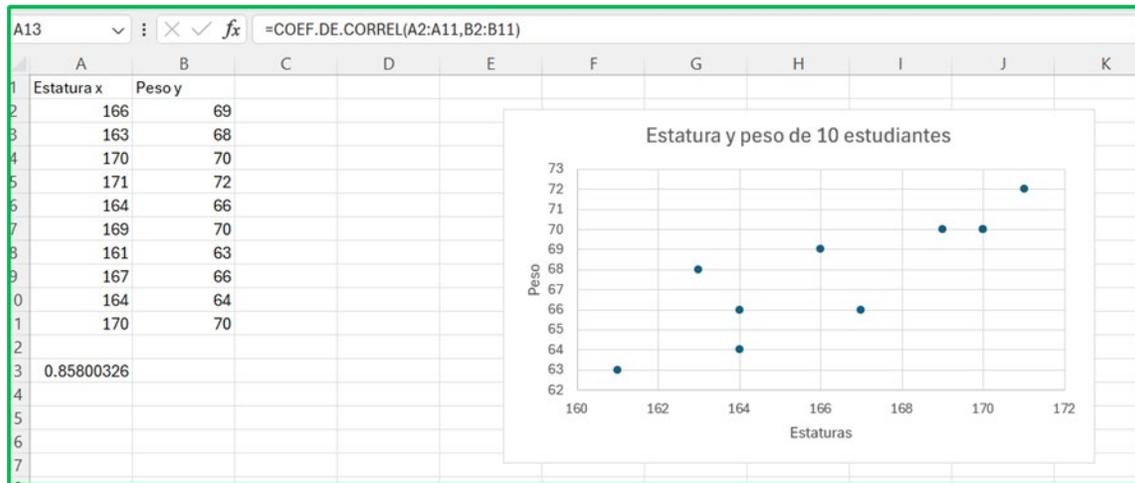
4. Comenta acerca los resultados obtenidos.

Los resultados obtenidos confirman la apreciación de la nube de puntos en el gráfico, de que hay una correlación fuerte y directa o positiva entre las variables estatura y peso, a partir de los datos obtenidos de 10 estudiantes del grupo. El coeficiente de correlación de Pearson es igual a: 0.85800326.

Puede profundizarse, ilustrando con la recta de regresión en el gráfico, la cual se obtiene al hacer clic derecho sobre la gráfica, abrir el recuadro + y marcando en línea de tendencia, como se muestra a continuación:



5. Toma captura de pantalla y comparte los resultados con el grupo.



6. Interpreta el coeficiente de correlación de las variables analizadas.

Como el coeficiente de correlación es positivo y se acerca al valor 1, eso significa que hay una correlación fuerte y positiva entre ellas. Es decir, que ambas crecen en la misma dirección.



Actividad de apoyo 9.4

Código QR 9.7. Para profundizar sobre la Actividad de aprendizaje 9.4.
Fuente: Parzibyte, 2023.

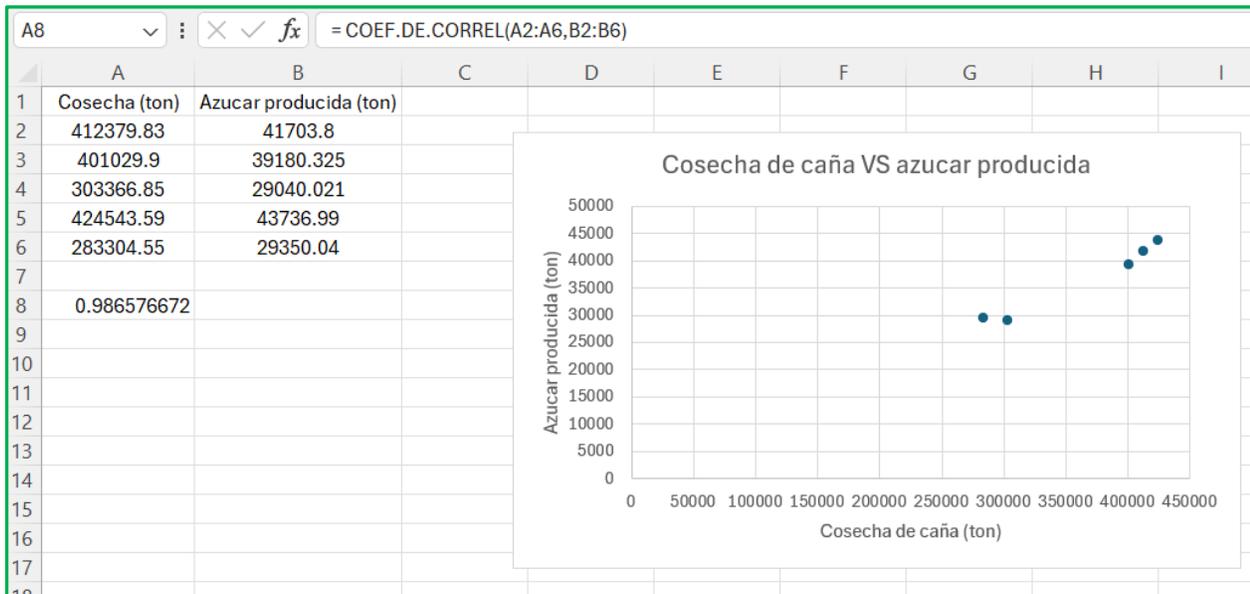
Actividad de apoyo 9.4

En El Dorado se encuentra el único ingenio azucarero del estado Sinaloa, con una capacidad de molienda de 4000 toneladas de caña de azúcar diarias, dicho ingenio tiene el pitón más grande de México, incluso de toda Latinoamérica. En la siguiente tabla se muestran la cantidad de caña cosechada y la cantidad de azúcar producida en las últimas cinco zafas.

Zafra	Cosecha (ton)	Azúcar producida (ton)
2018-2019	412379.83	41703.8
2019-2020	401029.9	39180.325
2020-2021	303366.85	29040.021
2020-2022	424543.59	43736.99
2022-2023	283304.55	29350.04



Analiza las variables cosecha vs. azúcar producida y elabora un gráfico de dispersión. Luego, calcula el coeficiente de correlación de Pearson y escribe tu conclusión a partir de los resultados obtenidos.



El coeficiente de correlación de Pearson es: 0.986576672.

En los cinco años analizados, se observa en el gráfico que existe una correlación directa o positiva entre la cosecha de caña en toneladas y la cantidad de azúcar producida también en toneladas, lo cual se confirma a través del cálculo del coeficiente de Pearson que es un número muy próximo al valor 1.

Ahora, calcula el coeficiente de correlación entre la estatura y la marca de las atletas mencionadas en la actividad de apoyo 9.1. Escribe tus conclusiones.

Coeficiente de correlación: - 0.02939921.

El coeficiente de correlación confirma, como se observaba en la gráfica, que la correlación entre la estatura y la marca de las atletas mencionadas es muy débil y prácticamente nula.

Luego, determina el coeficiente de correlación entre la calificación de matemáticas y la calificación de física mencionadas en la actividad de apoyo 9.2. Escribe tus conclusiones:

Coeficiente de correlación: 0.852154326.

El coeficiente de correlación de Pearson es un número muy próximo al valor 1, lo cual indica que hay una correlación directa o positiva entre la calificación de Matemáticas y la calificación de Física mencionadas y que los valores de ambas calificaciones crecen en la misma dirección.

Por último, determina el coeficiente de correlación entre la calificación de matemáticas y la calificación de arte mencionadas en la actividad de apoyo 9.2. Escribe tus conclusiones.

Coeficiente de correlación: 0.246636635.

El coeficiente de correlación de Pearson es un número positivo, pero próximo a cero, lo cual indica que la correlación entre las calificaciones de Matemática y Arte de este grupo de estudiantes es muy débil.



Actividad de apoyo 9.5

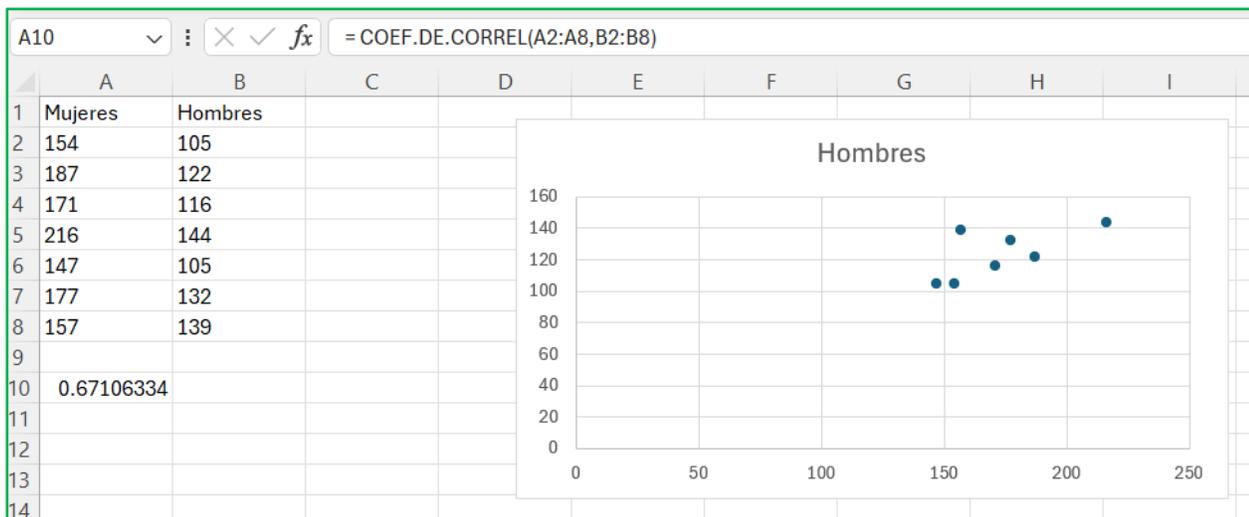
Código QR 9.8. Para profundizar sobre la Actividad de aprendizaje 9.4. Fuente: Parzibyte, 2023.

Actividad de apoyo 9.5

En la preparatoria Vladimir Ilich Lenin cada fin de ciclo escolar se realiza una clausura en honor a los alumnos que egresan de la preparatoria, en la siguiente tabla se muestra la cantidad de alumnos egresados en los últimos siete años.

Año	Mujeres	Hombres	Total
2023	154	105	259
2022	187	122	309
2021	171	116	287
2020	216	144	360
2019	147	105	252
2018	177	132	309
2017	157	139	296

Con la información anterior realiza un análisis de las variables mujeres egresadas vs hombres egresados, realizando un gráfico de dispersión, calcula el coeficiente de correlación y escribe tu conclusión a partir de los resultados obtenidos.



Gráficamente se observa que hay una correlación directa o positiva; ambos datos, sobre las variables mujeres egresadas vs hombres egresados, aumentan en la misma dirección. El coeficiente de correlación, que es positivo, 0.67106334, lo confirma pues se acerca hacia el valor uno.

Los valores atípicos y las variables de confusión en afirmaciones estadísticas y gráficas

Progresión de aprendizaje 10

Actividad de aprendizaje 10.1

Identifica las variables de confusión en las siguientes afirmaciones. Sugerencia: consulta las inteligencias artificiales.

Afirmación 1. Un productor de cacao, afirma que “debemos consumir más chocolate para incrementar nuestra esperanza de vida”.

a) ¿Crees que existe una relación entre el consumo de chocolate y la esperanza de vida?

No hay evidencia científica concluyente que demuestre una relación directa entre el consumo de chocolate y una mayor esperanza de vida.

Justifica tu respuesta. Sin embargo, algunos estudios sugieren que ciertos componentes del chocolate, como los flavanoles, podrían tener algunos beneficios potenciales para la salud cardiovascular y metabólica. Aquí hay algunos puntos clave:

- Los flavanoles del cacao son antioxidantes que podrían ayudar a reducir la inflamación, mejorar la función endotelial y reducir la presión arterial en algunas personas.
- Varios estudios observacionales han encontrado una asociación entre un mayor consumo de chocolate rico en cacao y un menor riesgo de enfermedades cardiovasculares.
- Sin embargo, estos estudios no prueban una relación causal. El chocolate también contiene azúcar, grasas y calorías, que en exceso pueden ser perjudiciales.
- Los efectos beneficiosos parecen limitarse principalmente al chocolate negro/amargo con un alto contenido de cacao (70% o más). El chocolate con leche tiene menos flavanoles.
- Los posibles beneficios del chocolate deben considerarse en el contexto de una dieta y estilo de vida saludables en general. El consumo moderado parece ser clave.

Por lo que, si bien el chocolate negro rico en cacao podría tener algunos efectos protectores gracias a los flavanoles, no hay pruebas concluyentes de que aumente directamente la esperanza de vida. Una dieta equilibrada y un estilo de vida activo son más determinantes.

b) Identifica la o las posibles variables de confusión: la dieta general, salud mental, factores genéticos, actividad física, por mencionar algunos.

Cabe señalar que es importante tomar en cuenta estas variables en los análisis para aislar el efecto independiente del chocolate y evitar sesgos de confusión. Los estudios observacionales por sí solos no pueden establecer causalidad.

Afirmación 2. El consumo de café propicia cáncer pulmonar.

a) ¿Crees que existe una relación entre el consumo de café y el cáncer de pulmón?

No, no hay evidencia científica que respalde una relación directa entre el consumo de café y un mayor riesgo de cáncer de pulmón.

b) Justifica tu respuesta. De hecho, algunos estudios sugieren lo contrario: que el café podría tener un efecto levemente protector contra ciertos tipos de cáncer, incluyendo el cáncer de pulmón.

Algunos puntos a tener en cuenta:

1. Fumar es el principal factor de riesgo para el cáncer de pulmón. Los estudios deben ajustar cuidadosamente por el hábito de fumar al examinar otros factores.
2. Hay estudios observacionales que han encontrado una asociación inversa entre el consumo de café y el riesgo de cáncer de pulmón, especialmente en fumadores actuales.
3. Se cree que los compuestos antioxidantes presentes en el café, como los polifenoles, podrían tener efectos antimutagénicos y antiinflamatorios que reducen levemente el riesgo.
4. Sin embargo, la evidencia proviene principalmente de estudios observacionales, que no pueden demostrar causalidad.
5. Factores de estilo de vida como fumar, dieta y actividad física podrían ser variables de confusión importantes a considerar.
6. Los beneficios, en caso de existir, parecen ser modestos. El café solo no puede contrarrestar los grandes efectos nocivos del tabaquismo.

Por lo que podemos decir que las investigaciones actuales no respaldan una asociación entre el consumo de café y un mayor riesgo de cáncer de pulmón. De hecho, apuntan a un posible efecto protector leve, pero la principal prevención es no fumar.

c) Identifica la o las posibles variables de confusión: fumar, exposición a ciertas sustancias (químicas, asbesto, radón, etc.) o factores genéticos.

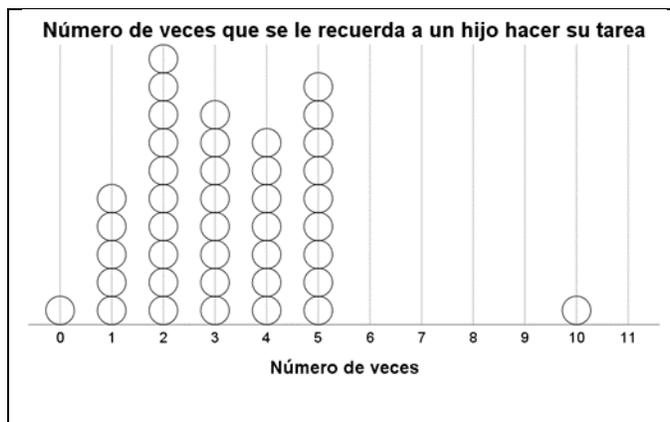
Resaltamos que controlar adecuadamente estas variables de confusión es importante para desentrañar la relación independiente entre el café y el cáncer de pulmón en los estudios epidemiológicos.

Actividad de aprendizaje 10.2

1. Realiza un gráfico de puntos con los datos de tabla 10.1. En el eje horizontal coloca el número de veces y la frecuencia en la parte vertical.

Número de veces	Frecuencia
0	1
1	5
2	10
3	8
4	7
5	9
9	1

Tabla 10.1



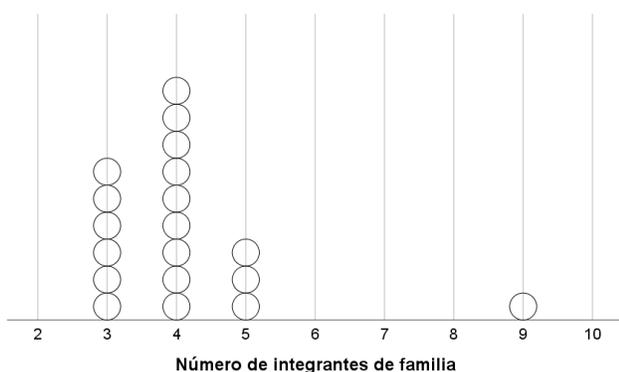
2. ¿Cuál consideras que sea el hueco? ¿Por qué?
El hueco se da de 6 a 9, porque no hay ningún dato. Es decir, a ningún hijo se le recuerda entre 6 y 9 veces.
3. ¿Cuál consideras que es el agrupamiento? ¿Por qué?
El agrupamiento se da de 0 a 5, ya que ahí se acumula la mayoría de los datos. Es decir, el número de veces que se les recuerda realizar la tarea va de 0 a 5 veces para ese grupo de datos.
4. ¿Cuál es el valor atípico? ¿Por qué?
El 10 es un dato atípico, porque está alejado del resto. Contextualizando, significa que hay un hijo al que le recuerdan 10 veces que haga su tarea; lo cual es poco común, por ello está alejado del agrupamiento.
5. Calcula la media y la mediana de los datos y luego; indaga en la inteligencia artificial, ¿cómo afecta un valor atípico a la media y a la mediana de los datos?
La media de los datos es 3.22, lo que significa que en promedio a un hijo se le recuerda hacer tres veces la tarea.
La mediana es 3. Es decir, el número medio de veces que se le recuerda a un hijo realizar su tarea es 2.
Se observa que la media es sensible al dato atípico, ya que jala su valor a la derecha.
De acuerdo con la inteligencia artificial, un valor atípico puede distorsionar significativamente la media, arrastrándola hacia el valor extremo, la mediana generalmente se mantiene estable a menos que el valor atípico esté justo en el centro del conjunto de datos ordenado. Por esta razón, la mediana suele ser una mejor medida de tendencia central cuando existen valores atípicos en los datos.

Actividad de aprendizaje 10.3

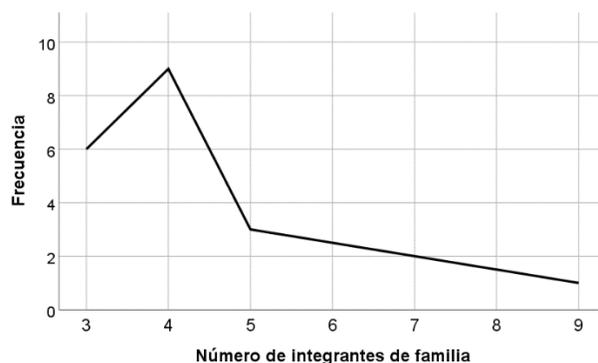
1. Los datos de la siguiente tabla corresponden al número de integrantes de familia de un grupo de estudiantes de bachillerato.

Número de integrantes de familia	Frecuencia
3	6
4	9
5	3
9	1

a) Realiza un gráfico de puntos.



b) Realiza un gráfico de línea.

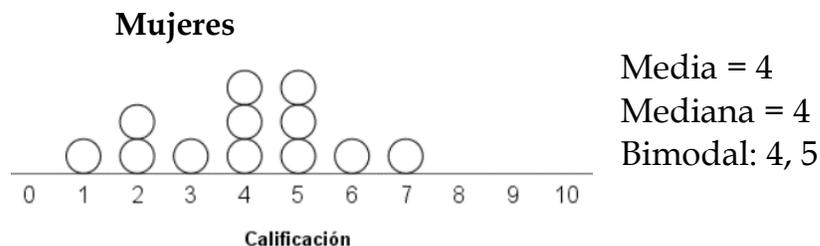


2. ¿Cuál consideras que sea el hueco? ¿Por qué?
El hueco está de 6 a 8, dado que no hay familia con 6,7 u 8 integrantes.
3. ¿Cuál consideras que es el agrupamiento? ¿Por qué?
El agrupamiento se da de 3 a 5, ya que hay 18 familias que tienen de 3 a 5 integrantes.
4. ¿Cuál es el valor atípico? ¿Por qué?
El valor atípico es 9, debido a que hay una familia que tiene 9 integrantes. La cual es poco común, en consecuencia, aparece alejada del agrupamiento de datos.
5. ¿Cuál gráfico te ayudó a responder las preguntas anteriores? ¿Por qué?
El gráfico de puntos me ayudó a ver los agrupamientos, huecos y datos atípicos; sin embargo, el gráfico de línea me ayuda a ver la tendencia de los datos. Lo que podemos decir de estos dos gráficos estadísticos es que cada uno resalta cierta característica de los datos que el otro no.

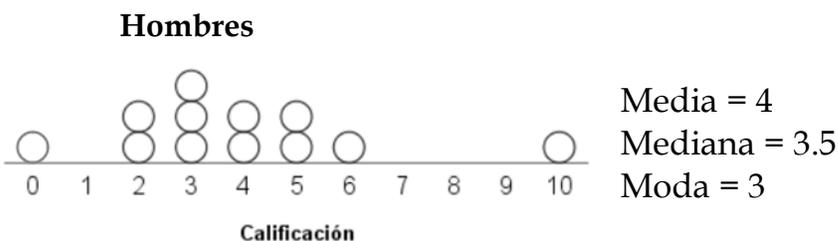
Actividad de aprendizaje 10.4

Se recolectaron las calificaciones en matemáticas de un grupo de estudiantes de bachillerato y se clasificaron por género.

1. Observa las siguientes gráficas y sus medidas de tendencia central.



Media = 4
Mediana = 4
Bimodal: 4, 5



Media = 4
Mediana = 3.5
Moda = 3

Fuente: Elaborada en Excel.

2. ¿Consideras que las mujeres y los hombres tienen el mismo promedio de calificación?

Si uso la media, ya que se usa de forma común sin tomar en cuenta la presencia de datos atípicos, se puede afirmar que la calificación promedio es la misma en hombres que en mujeres.

3. ¿Qué medida de tendencia central consideras que es más representativa de la calificación promedio de los hombres? Justifica tu respuesta.

Ahora, tomando en cuenta la presencia de datos atípicos, que la media es sensible a estos y que la mediana es resistente a valores atípicos, podemos decir, que el número medio de las calificaciones de los hombres y de las mujeres difiere en 0.5 unidades.

}

Actividad de aprendizaje 10.5

- Haz un análisis, a tu juicio, de cuál sería la forma adecuada de asignar un lugar en la tabla por preseas obtenidas en una justa olímpica, ya que existe el criterio de que el país que obtenga mayor número de medallas de oro encabeza la tabla de posiciones. No obstante, pueden existir países que, en total, obtuvieron un mayor número de preseas. Entonces la interrogante sería, ¿los lugares deben regirse por las medallas de oro o por el total de medallas obtenidas?

Posición	Equipo	Oro	Plata	Bronce	Total
1	Estados Unidos	39	41	33	113
2	China	38	32	18	88
3	Japón	27	14	17	58
4	Reino Unido	22	21	22	65
5	COR*	20	28	23	71
6	Australia	17	7	22	46
7	Países bajos	10	12	14	36
8	Francia	10	12	11	33
9	Alemania	10	11	16	37
10	Italia	10	10	20	40
84	México	0	0	4	4

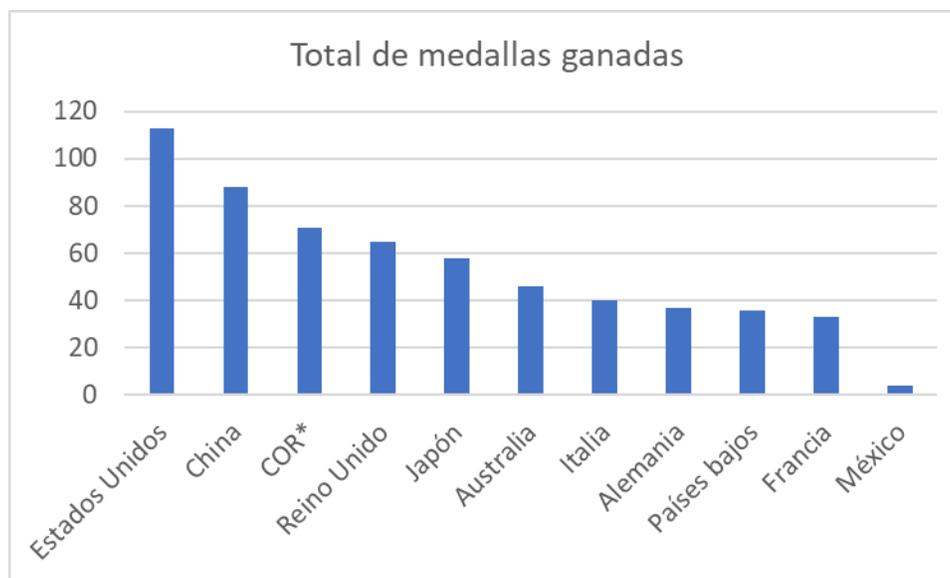
* Comité Olímpico Ruso.

Tabla.10.3. Medallero de los Juegos Olímpicos de Tokyo 2020.

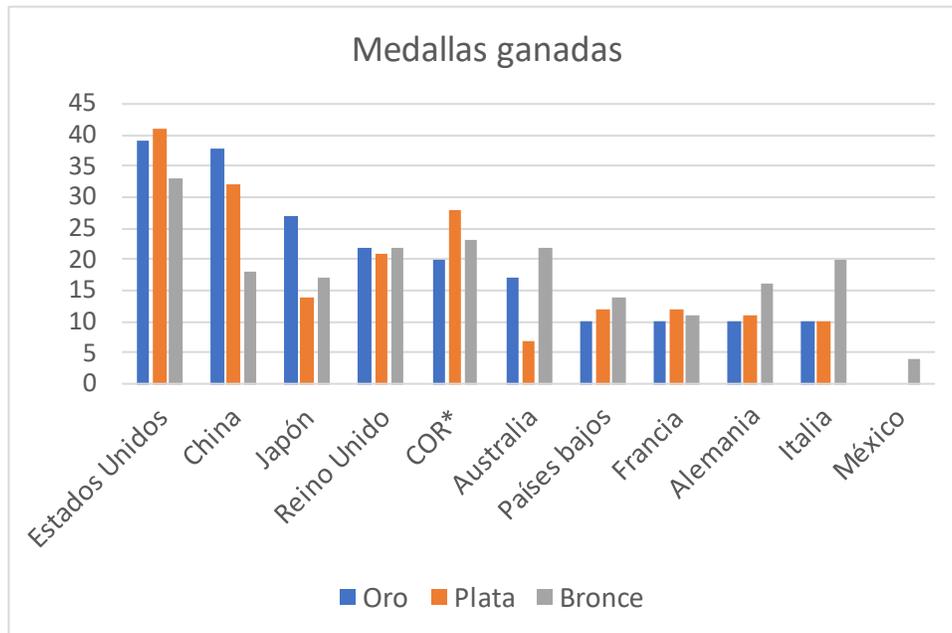
Fuente: Elaboración propia, con base en: <https://www.bbc.com/mundo/deportes-57970068>

Desde mi perspectiva, los lugares deben asignarse en función de las medallas de oro ganadas y si hay empate, comparar las de plata y así sucesivamente.

- A partir de la tabla de posiciones anterior, elabora un gráfico de barras utilizando los datos de las columnas equipo/país y total; luego, elabora otro utilizando las columnas: oro, plata y bronce. ¿Qué observas en ambas graficas?



En la gráfica anterior, tomando en cuenta el total de medallas ganadas, se observa que Estados Unidos, China y COR ocupan el primero, segundo y tercer lugar respectivamente.



Y en la gráfica anterior, partiendo de las medallas de oro ganadas, Estados Unidos, China y Japón ocupan los tres primeros lugares respectivamente.

De ambas gráficas, concluimos que, si solo tomamos en cuenta el total de medallas ganadas, no hay forma de diferenciar el lugar obtenido entre países con el mismo número total de medallas ganadas. En cambio, considerando el tipo de medalla, si es posible desempatar, como es el caso de Países Bajos y Francia, por mencionar uno. Cabe mencionar que, por tipo de medalla, si dos o más países obtienen el mismo número de cada tipo, no es posible asignar una única posición a cada uno.

3. Escribe en la primera columna los cinco países por su posición en la tabla y en la segunda columna, los cinco países por el total de medallas obtenidas.

4. ¿Notas algún cambio en la posición de los países?

A partir del tercer lugar se aprecia un cambio.

5. ¿A qué se debe el cambio?

Por la posición en la tabla	Por el total de medallas
1. Estados Unidos	1. Estados Unidos
2. China	2. China
3. Japón	3. COR
4. Reino Unido	4. Reino Unido
5. COR	5. Japón

A que en uno se toman en cuenta las medallas de oro ganadas (usando el tipo de medallas en caso de haber un empate) y en el otro, el total de medallas ganadas.

6. ¿Qué tiene más importancia para ti, la cantidad de medallas totales o la cantidad de medallas de oro?

A primera vista, uno puede irse por el total de medallas. Pero si hay dos países con el mismo número de medallas ganadas, uno de oro y el otro de plata, en este ejemplo se aprecia que es mejor comparar por la cantidad de medallas de oro.

7. Entonces, si el Comité Olímpico Ruso (COR) dice que quedó clasificado como el tercer lugar en la Olimpiadas Tokio 2020, desde tu punto de vista, ¿será cierto? Argumenta tu respuesta.

Es cierto en el sentido del total de medallas ganadas, pero con respecto a las medallas de oro quedó en quinto lugar. Es decir, las posiciones se pueden asignar por uno u otro criterio.

8. ¿Qué crees que pensaría Japón al respecto?

Japón diría que con respecto al número de medallas de oro ganadas, el quedó en tercer lugar y con respecto al total de medallas, quedó en quinto lugar.

Estudio de una población a partir de una muestra

Progresión de aprendizaje 11

Actividad de aprendizaje 11.1

Determina si cada uno de los siguientes métodos para seleccionar a los participantes de una encuesta, corresponde a un muestro probabilístico (P) o no probabilístico (NP).

Una empresa encuestadora requiere conocer la opinión de los ciudadanos sobre quién le gustaría que fuera el próximo candidato a gobernador. Para ello, consulta el directorio telefónico y decide seleccionar a algunos de ellos para participar en la encuesta telefónica.

1. (NP) La empresa selecciona a los primeros 500 ciudadanos del directorio telefónico.
 2. (P) Elige al azar a 500 clientes del directorio telefónico.
 3. (NP) La empresa selecciona a los 500 ciudadanos que más han gastado en telefonía en los últimos años.
 4. (P) La empresa selecciona a 500 ciudadanos al zar, de los cuales, 50 corresponden a cada uno de los códigos postales de la ciudad.
-

Actividad de aprendizaje 11.2

Determina si cada método es: probabilístico o no probabilístico, de acuerdo con la siguiente situación.

En tu escuela el director desea saber cuál deporte es el de mayor preferencia entre sus estudiantes. El director tiene acceso a esos datos de 90 estudiantes. A continuación, se presentan cuatro métodos diferentes que el director podría utilizar para seleccionar los grupos para su estudio.

1. Seleccionar los grupos con mayor número de estudiantes. **No probabilístico**
 2. Elegir los grupos con el mejor promedio de calificaciones. **No probabilístico**
 3. Seleccionar grupos al azar. **Probabilístico**
 4. Elegir grupos al azar de cada uno de los tres grados escolares. **Probabilístico**
-

Actividad de aprendizaje 11.3

Determina el tipo de muestreo aplicado para cada situación.

1. Se realizó un juego en el que se elige a la ganadora del juego y a partir de ahí, se empezó a numerar cada cinco lugares, estas fueron las muestras finales.
Muestreo aleatorio sistemático.

2. Asignar un número a cada alumno de la lista y luego utilizar un generador de números aleatorios, para seleccionar 20 estudiantes. **Muestreo aleatorio simple.**
3. Se quiere estimar el número de butacas en mal estado de la preparatoria, se sabe que hay 30 aulas, cada una con aproximadamente 50 butacas, por lo que, se eligen al azar 5 aulas y se procede a revisar cada una de las butacas de dichas aulas.

Muestreo aleatorio por conglomerados.

4. Se dividió al grupo de primer semestre en subconjuntos según edades de 15 y 16 años y luego, se selecciona una muestra de cada uno utilizando un muestreo aleatorio simple. **Muestreo aleatorio estratificado.**

Actividad de aprendizaje 11.4

Selecciona el tipo de muestreo utilizado en cada situación.

-Aleatorio simple -Estratificado -Conglomerados -Sistemático

Imagina que en un cine se quiere realizar una encuesta para conocer la opinión de los usuarios sobre sus instalaciones. La empresa tiene acceso a una lista de todos los usuarios y decide seleccionar a algunos de ellos para participar en la encuesta.

Indica el método que se aplica en el cine para seleccionar a los participantes de la encuesta:

1. Selecciona a los usuarios múltiplos de 30 en la lista.

Sistemático

2. Divide a los usuarios según el fraccionamiento donde viven y a continuación selecciona algunos fraccionamientos al azar para formar parte de la muestra.

Conglomerados

3. Asigna un número a cada usuario en la lista y a continuación utiliza un generador de números aleatorios para seleccionar 80 números.

Aleatorio simple

4. Primero divide a los usuarios según su edad, luego selecciona una muestra de cada estrato utilizando un muestro aleatorio simple.

Estratificado

Actividad de aprendizaje 11.5

Determina qué tipo de muestro no probabilístico se está utilizando.

Por conveniencia

Por juicio

Por cuotas

1. Deseas conocer la opinión sobre una crema aromática corporal. Para la selección optas por abordar a mujeres en el supermercado, y les preguntas si están dispuestas a participar en el estudio. **Por conveniencia**
2. Si queremos estimar cuánto gastan las personas en el cine, una opción es encuestar a las familias que asisten al cine ese día para extraer una muestra. **Por juicio**
3. Se está estudiando el machismo en el bachillerato, para ello, primero se decidió dividir la población entre hombres y mujeres, luego se elige a un número determinado de participantes de cada grupo. **Por cuotas**

Actividad de aprendizaje 11.6

Aplicación de una encuesta.

Tema: Los adolescentes utilizan sus teléfonos móviles para realizar diversas actividades. En equipo investiga qué actividades realizan los estudiantes con sus celulares.

1. Elabora al menos 5 preguntas cerradas y una abierta, que te permita obtener información. Las preguntas cerradas deben tener opciones de respuestas predefinidas.
2. Realiza un muestreo probabilístico y aplica la encuesta a una muestra de estudiantes. Trata de aplicar al menos 10 encuestas.
3. Analiza los resultados de la encuesta, elabora un informe escrito, luego prepara una exposición de manera oral con apoyo de una presentación en PowerPoint, los hallazgos y conclusiones. Incluye gráficos o tablas que ilustren los resultados obtenidos y cita las fuentes de información consultadas.
4. En la siguiente sesión entrega el informe y la presentación oral de los resultados de la encuesta.

Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la población?
Los estudiantes adolescentes.
2. ¿Cuál es la muestra en este estudio?
La muestra son los 10 estudiantes a los que se les apliqué la encuesta.
3. ¿Qué tipo de muestreo probabilístico utilizaste?

Utilicé un muestreo probabilístico aleatorio simple. Seleccioné a los estudiantes de manera aleatoria sin seguir ningún criterio específico además de que fueran estudiantes adolescentes.

Los estudios observacionales y el diseño de experimentos

Progresión de aprendizaje 12

Actividad de aprendizaje 12.1

Identifica, a tu juicio, si cada uno de los siguientes ejemplos corresponde a un estudio de carácter observacional o experimental.

1. Un investigador observa y registra el comportamiento de las personas en una plaza pública durante diferentes momentos del día, sin interferir en sus acciones. Observa cuántas personas están usando sus teléfonos móviles, qué tipo de actividades realizan (navegar por internet, enviar mensajes, realizar llamadas, etc.), la duración de cada actividad y otros detalles que consideres importantes.

El investigador podría utilizar un cuaderno para tomar notas, o incluso una cámara para registrar visualmente la actividad sin identificar a las personas. Anota la hora del día, la ubicación de la persona en la plaza, el tipo de dispositivo utilizado, etc.

Al revisar los datos recopilados, el investigador puede encontrar patrones sobre cuándo y cómo las personas utilizan sus dispositivos móviles en espacios públicos. Puede identificar tendencias, como un aumento en el uso de dispositivos móviles durante ciertas horas del día o preferencias de actividades en función de la edad o el género.

Es un estudio observacional.

Justificación. El ejemplo descrito corresponde a un estudio de carácter **observacional**. En un estudio observacional, el investigador se limita a observar y registrar los fenómenos tal como ocurren en su entorno natural, sin manipular o alterar activamente las variables en estudio. En este caso, el investigador simplemente observa y registra el comportamiento de las personas en una plaza pública, sin intervenir o modificar su comportamiento de manera alguna.

2. Se seleccionan dos grupos de participantes al azar. El Grupo A se designa como el grupo control y el Grupo B como el grupo experimental. Ambos grupos son similares en edad, sexo y nivel de condición física.

Durante cuatro semanas, el Grupo B realiza una rutina de ejercicio cardiovascular (correr, caminar rápido, etc.) durante 30 minutos al día, cinco días a la semana. El Grupo A no realiza ningún cambio en su rutina diaria.

Al inicio del estudio, se midió la frecuencia cardíaca en reposo de ambos grupos; luego, se tomaron de nuevo las medidas de la frecuencia cardíaca y finalmente, después de cuatro semanas se toma la frecuencia cardíaca a ambos grupos.

Se compararon los datos de la frecuencia cardíaca en reposo entre el Grupo A (grupo de control), y el Grupo B (grupo experimental) después de las cuatro semanas. Si la

frecuencia cardíaca en reposo del Grupo B disminuye significativamente, en comparación con el Grupo A, se podría concluir que el ejercicio tuvo un efecto en la reducción de la frecuencia cardíaca en reposo.

Es un estudio **experimental**.

Justificación. El ejemplo que has proporcionado corresponde a un estudio de carácter **experimental**. En un estudio experimental, el investigador manipula intencionalmente una o más variables independientes para observar el efecto sobre una o más variables dependientes, manteniendo control sobre el entorno del estudio para asegurar que cualquier cambio en la variable dependiente pueda ser atribuido a la manipulación de la variable independiente.

En este caso, la variable independiente manipulada es la rutina de ejercicio cardiovascular implementada para el Grupo B, mientras que el Grupo A sirve como grupo de control, manteniéndose sin cambios en su rutina diaria. La variable dependiente que se mide es la frecuencia cardíaca en reposo.

Actividad de aprendizaje 12.2

Características, ventajas y desventajas de un estudio observacional.

Usa la inteligencia artificial para identificar las características principales, ventajas y desventajas de un estudio observacional.

Características principales de un estudio observacional	
<ol style="list-style-type: none"> 1. No hay intervención o manipulación de las variables por parte de los investigadores. 2. Se observan y miden las variables de interés en su entorno natural. 3. No hay asignación aleatoria de los participantes a diferentes condiciones. 4. Los investigadores no controlan ni asignan los factores de exposición. 	
Ventajas	Desventajas
<ol style="list-style-type: none"> 1. Permiten estudiar fenómenos que no pueden ser éticamente manipulados o controlados, como enfermedades o condiciones naturales. 2. Son más económicos y requieren menos recursos que los experimentos. 3. Proporcionan una visión más realista de los fenómenos en contextos naturales. 4. Evitan problemas éticos asociados con la manipulación de variables. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. No permiten establecer relaciones causales directas entre las variables, solo asociaciones. 2. Están sujetos a sesgos y factores de confusión que pueden afectar la validez de los resultados. 3. No hay control sobre las variables extrañas que pueden influir en los resultados. 4. Pueden ser menos precisos y tener menor control que los experimentos.

Actividad de aprendizaje 12.3

Identifica el tipo de estudio observacional.

1. Encuesta de satisfacción laboral.

Objetivo: determinar el nivel de satisfacción laboral en una empresa.

Método: se realiza un estudio donde se distribuye una encuesta a todos los empleados de la empresa en un momento específico para evaluar su satisfacción en relación con el ambiente laboral, la remuneración, las oportunidades de crecimiento, entre otros aspectos.

Este es un estudio observacional de tipo **transversal**.

Justificación: En un estudio transversal, los datos se recopilan en un momento específico y único, lo que proporciona una "fotografía" de la situación en ese momento particular. No hay seguimiento a lo largo del tiempo.

Las características que indican que este es un estudio transversal son:

- Se recopilan los datos en un punto específico en el tiempo a través de una encuesta.
- No hay seguimiento de los participantes (empleados) en diferentes momentos.
- El objetivo es determinar el nivel de satisfacción laboral en ese momento particular.

Los estudios transversales son útiles para describir la situación actual de una población en relación con una variable de interés, en este caso, la satisfacción laboral de los empleados de la empresa.

2. Enfermedades cardíacas y dieta.

Casos: personas con enfermedades cardíacas diagnosticadas.

Controles: personas sin enfermedades cardíacas (grupo de comparación).

Método: se realiza un estudio para comparar los patrones dietéticos entre ambos grupos buscando asociaciones entre ciertos tipos de alimentación y la incidencia de enfermedades cardíacas.

Este es un estudio observacional de tipo **casos y controles**.

Justificación: En un estudio caso-control, los investigadores seleccionan un grupo de personas con la condición o enfermedad de interés (casos) y un grupo de personas sin esa condición (controles). Luego, se investigan retrospectivamente las exposiciones o factores de riesgo potenciales que podrían estar asociados con la condición de interés.

Las características que indican que este es un estudio de casos y controles son:

1. Se seleccionan dos grupos: uno con enfermedades cardíacas (casos) y otro sin enfermedades cardíacas (controles).
2. Se comparan retrospectivamente los patrones dietéticos entre ambos grupos.
3. El objetivo es buscar asociaciones entre ciertos tipos de alimentación y la incidencia de enfermedades cardíacas.

3. Seguimiento de desarrollo académico.

Objetivo: observar el impacto del estilo de enseñanza en el rendimiento académico.

Método: se elige un grupo de niños en edad preescolar y se les realiza un seguimiento durante 11 años. Se registran datos sobre el tipo de educación recibida, el ambiente familiar, la participación en actividades educativas extracurriculares, y se evalúa su rendimiento académico en diferentes etapas.

Este es un estudio observacional de tipo **cohorte**.

Justificación: En un estudio de cohorte, los investigadores siguen y observan a un grupo de personas a lo largo del tiempo, recopilando datos en múltiples puntos temporales.

Las características que indican que este es un estudio cohorte son:

1. Se elige un grupo de niños en edad preescolar y se les realiza un seguimiento durante un período prolongado de 11 años.
2. Se recopilan datos sobre diferentes variables (estilo de enseñanza, ambiente familiar, actividades extracurriculares) en varios momentos a lo largo de ese período de 11 años.
3. Se evalúa el rendimiento académico de los niños en diferentes etapas a lo largo del tiempo.

Actividad de aprendizaje 12.4

Características, ventajas y desventajas de un estudio experimental.

Usa la inteligencia artificial para identificar las características principales, ventajas y desventajas de un estudio experimental.

Características principales de un estudio experimental
<ol style="list-style-type: none"> 1. Hay manipulación intencional de al menos una variable independiente por parte de los investigadores. 2. Se asignan aleatoriamente los participantes a diferentes condiciones o grupos experimentales. 3. Se controlan las variables extrañas o factores de confusión para aislar el efecto de la variable independiente. 4. Se miden los cambios en la(s) variable(s) dependiente(s) como resultado de la manipulación de la variable independiente.

Ventajas	Desventajas
<ol style="list-style-type: none"> 1. Permiten establecer relaciones causales entre las variables estudiadas. 2. Al tener un alto grado de control, se minimizan los sesgos y factores de confusión. 3. Proporcionan una mayor precisión y confiabilidad en los resultados. 4. Los resultados son generalizables y replicables. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pueden ser costosos y requerir más recursos que otros tipos de investigación. 2. Plantean cuestiones éticas cuando se manipulan variables que podrían causar daño a los participantes. 3. Los entornos controlados pueden ser artificiales y carecer de validez ecológica (realismo). 4. Algunas variables pueden ser difíciles o imposibles de manipular experimentalmente.

Actividad de aprendizaje 12.5

Identificación de variables experimentales.

1. Analiza con cuidado el experimento 1 y completa lo faltante en los demás experimentos presentados.

Experimento 1. Efecto de las baterías sobre el brillo de una bombilla.

Pregunta de investigación: ¿cómo afecta la cantidad de baterías al brillo de la bombilla?

Variable independiente: número de baterías.

Variable dependiente: brillo de la bombilla.

Control de variables: grosor de los cables, tamaño de las baterías, tipo de bombillas, temperatura del cable.

Experimento 2. Efecto de fertilizantes en cultivos.

Pregunta de investigación: ¿cómo afecta la cantidad de fertilizante al rendimiento de los cultivos?

Variable independiente: cantidad de fertilizante.

Variable dependiente: rendimiento de los cultivos.

Control de variables: tipo de cultivo, temperatura, la humedad, tipo de tierra.

Experimento 3. Aplicación de medicamentos para enfermos.

Pregunta detonante: ¿cuál es el beneficio de la aplicación de medicamentos a personas enfermas?

Variable independiente: aplicación de medicamentos.

Variable dependiente: **mejoría de los pacientes enfermos.**

Control de variables: **tipo de enfermedad, características del paciente, tratamiento.**

2. Diseña un experimento donde puedas identificar las variables experimentales.

Pregunta de investigación: **¿Cuál es el impacto del exceso de tiempo dedicado a jugar videojuegos en el rendimiento escolar de los adolescentes?**

Variable independiente: **cantidad de tiempo para jugar videojuegos.**

Variable dependiente: **rendimiento escolar.**

Control de variables: **nivel socioeconómico, características de los alumnos, tipos de videojuegos.**

Método: **Se seleccionan adolescentes de entre 15 y 18 años de edad, incluyendo tanto jugadores habituales como no jugadores para comparar los efectos del exceso de juego. Se dividirían aleatoriamente a los participantes en el grupo experimental y el grupo de control.**

Se recopilaría información sobre la cantidad de tiempo que cada participante dedica semanalmente a jugar videojuegos. Se recopilarían datos sobre el rendimiento académico de los participantes a través de sus calificaciones escolares o pruebas estandarizadas. Se analizarían los datos para determinar si existe una correlación entre el exceso de juego y el rendimiento académico, controlando las variables mencionadas.

Actividad de aprendizaje 12.6

Diseño de estudios observacionales o experimentales.

Diferencia un estudio observacional de un estudio de diseño de experimentos justificando tu respuesta.

Estudio 1. Se hizo un estudio en el que se tomó una muestra aleatoria de adultos y se les preguntó sobre sus hábitos al levantarse por la mañana. Los datos mostraron que la gente que tomaba una caminata después de levantarse los volvería más activos y los agilizaría en las actividades del día.

¿Qué tipo de estudio es?

a) **Observacional**

b) Experimental

Justificación: **Las razones por las que se considera un estudio observacional son:**

- **No hubo manipulación de variables. Los investigadores no manipularon ninguna variable, simplemente observaron y recopilaron datos sobre los hábitos matutinos de las personas en su entorno natural.**
- **Asociación entre variables: El estudio buscó encontrar una asociación entre la variable "tomar una caminata después de levantarse" y la variable "ser más activo y ágil durante el día", sin establecer una relación causal directa.**

Estudio 2. Se tomó un grupo de agricultores de maíz y se dividió aleatoriamente en dos. A uno se le pidió agregar por una semana fertilizante orgánico a base de lixiviado de lombriz; mientras que, al otro, se le pidió agregar fertilizante orgánico a base de lixiviado de guano de murciélago. Luego los investigadores compararon el aspecto (características físicas) de cada grupo de agricultores.

¿Qué tipo de estudio es?

a) Observacional

b) **Experimental**

Justificación: Las razones por las que se considera un estudio experimental son:

- **Asignación aleatoria a grupos:** Los agricultores fueron divididos aleatoriamente en dos grupos, uno para cada tipo de fertilizante. Esto ayuda a controlar posibles factores de confusión y sesgos.
- **Manipulación de la variable independiente:** Los investigadores manipularon la variable independiente, que en este caso es el tipo de fertilizante orgánico utilizado (lixiviado de lombriz o lixiviado de guano de murciélago).

Estudio 3: Se asignaron aleatoriamente voluntarios a uno de los dos grupos: a un grupo se le indicó usar redes sociales como de costumbre (Facebook y TikTok), al otro grupo se les bloqueó el acceso a Facebook y TikTok. Los investigadores analizaron cuál grupo tendía a ser más feliz.

¿Qué tipo de estudio es?

a) Observacional

b) **Experimental**

Justificación: Las razones por las que se considera un estudio experimental son:

- **Asignación aleatoria a grupos:** Los participantes (voluntarios) fueron asignados aleatoriamente a uno de los dos grupos experimentales. Esta asignación aleatoria ayuda a controlar posibles factores de confusión y sesgos.
- **Manipulación de la variable independiente:** Los investigadores manipularon la variable independiente, que en este caso es el acceso a las redes sociales Facebook y TikTok. Un grupo pudo acceder a estas redes de forma habitual, mientras que al otro grupo se le bloqueó el acceso.

Estudio 4. Se seleccionó una muestra aleatoria de estudiantes y se examinaron sus hábitos académicos. Cada estudiante se clasificó como usuario esporádico, moderado o frecuente en la realización de actividades escolares como tareas y trabajos en clase. Los investigadores observaron cuál grupo tendía a estresarse menos.

¿Qué tipo de estudio es?

a) **Observacional**

b) Experimental

Justificación: Las razones por las que se considera un estudio observacional son:

- No hubo manipulación de variables: Los investigadores no manipularon ninguna variable, simplemente observaron y recopilaron datos sobre los hábitos académicos de los estudiantes en su entorno natural.
- No hubo asignación aleatoria a grupos: Los estudiantes no fueron asignados aleatoriamente a diferentes condiciones o grupos. En su lugar, fueron clasificados según sus hábitos académicos existentes (usuarios esporádicos, moderados o frecuentes de actividades escolares).
- Asociación entre variables: El estudio buscó encontrar una asociación entre la variable "frecuencia de realización de actividades escolares" y la variable "niveles de estrés", sin establecer una relación causal directa.

Actividad de aprendizaje 12.7

Responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cuáles son las diferencias entre los estudios observacionales y experimentales?

Los estudios observacionales, como su propio nombre indica, son aquellos en los que el investigador **no interviene en el comportamiento del evento que estudia**. Es decir, no controla las situaciones. Se trata de investigaciones en las que **el rol del científico o académico es más pasivo**.

Por su parte, el objetivo principal de los estudios experimentales es evaluar el comportamiento de cierta intervención en un grupo de estudio frente a otro que no la recibe o que recibe una diferente. Los estudios experimentales se caracterizan por la aleatorización y la manipulación

En un estudio observacional, medimos o sondeamos a los miembros de una muestra sin tratar de afectarlos. En un experimento controlado, asignamos aleatoriamente personas o cosas a grupos y uno de los grupos sigue cierta intervención mientras que el otro no recibe intervención. Los estudios observacionales corresponden a diseños de investigación cuyo objetivo es "la observación y registro" de acontecimientos sin intervenir en el curso natural de estos.

Los estudios experimentales, se caracterizan por la valoración del efecto de una o más intervenciones, habitualmente de forma comparativa con otra intervención, o un placebo; y el carácter prospectivo, de la recolección de los datos y el seguimiento de los grupos en estudio.

2. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de los estudios observacionales?

Ventajas	Desventajas
<ol style="list-style-type: none"> 1. Permiten estudiar fenómenos que no pueden ser éticamente manipulados o controlados, como enfermedades o condiciones naturales. 2. Son más económicos y requieren menos recursos que los experimentos. 3. Proporcionan una visión más realista de los fenómenos en contextos naturales. 4. Evitan problemas éticos asociados con la manipulación de variables. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. No permiten establecer relaciones causales directas entre las variables, solo asociaciones. 2. Están sujetos a sesgos y factores de confusión que pueden afectar la validez de los resultados. 3. No hay control sobre las variables extrañas que pueden influir en los resultados. 4. Pueden ser menos precisos y tener menor control que los experimentos.

3. ¿Cuáles son las ventajas y las limitaciones de los estudios experimentales?

Ventajas	Limitaciones
<ol style="list-style-type: none"> 1. Permiten establecer relaciones causales entre las variables estudiadas. 2. Al tener un alto grado de control, se minimizan los sesgos y factores de confusión. 3. Proporcionan una mayor precisión y confiabilidad en los resultados. 4. Los resultados son generalizables y replicables. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pueden ser costosos y requerir más recursos que otros tipos de investigación. 2. Plantean cuestiones éticas cuando se manipulan variables que podrían causar daño a los participantes. 3. Los entornos controlados pueden ser artificiales y carecer de validez ecológica (realismo). 4. Algunas variables pueden ser difíciles o imposibles de manipular experimentalmente.

Las medidas estadísticas en el estudio de un fenómeno

Progresión de aprendizaje 13

Actividad de aprendizaje 13.1

Identifica el concepto de media aritmética, mediana y moda.

1. ¿Consideras importante continuar con tus estudios? **Sí** ¿por qué? **Porque continuar con mis estudios me ayudará en mi futuro académico y también para tener oportunidades de trabajo.**

2. La cantidad que recibes de tus padres, es suficiente para cubrir tus gastos diarios. **Sí**

3. Escribe la cantidad que recibes diariamente de tus padres para los gastos de lunes a viernes.

Es variado, por ejemplo, la semana pasada fue: \$100, \$120, \$170, \$80, \$100

4. ¿Qué es la moda?

Es una medida de tendencia central que indica el valor que se presenta con mayor frecuencia en un conjunto de datos.

5. ¿Qué es la media aritmética o promedio?

La media aritmética es una de las principales medidas de tendencia central la cual representa el valor promedio de un conjunto de datos numéricos.

6. Determina el promedio de dinero que recibes a la semana.

$$\bar{X} = \frac{100 + 120 + 170 + 80 + 100}{5} = \frac{570}{5} = 114$$

La media aritmética (promedio) es \$114.

7. Calcula la mediana del dinero que recibes a la semana.

Datos ordenados de menor a mayor: 80, 100, 100, 100, 120

La mediana es \$100.

Actividad de aprendizaje 13.2

Cálculo de medidas de tendencia central para datos simples.

Puedes utilizar como herramienta de ayuda Excel, GeoGebra, <https://calculadoronline.com/calculadoras-matematicas/>, etc.

1. Escribe las calificaciones obtenidas en las materias de tercero de secundaria.

Materia	Español	Matemáticas	Ciencias	Historia	Formación Cívica y Ética	Lengua Extranjera	Educación Física	Artes
Calificación	8	7	9	8	9	10	10	10

2. Calcula las medidas de tendencia central.

Media aritmética (\bar{X})	Mediana (Me)	Moda (Mo)																																																												
<table border="1"> <tr><td>Calificaciones</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td>$\bar{X} = 8.875$</td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td colspan="2">=PROMEDIO(B3:B10)</td></tr> </table>	Calificaciones		8		7		9		8		9	$\bar{X} = 8.875$	10		10		10		=PROMEDIO(B3:B10)		<table border="1"> <tr><td>Calificaciones</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td>$Me = 9$</td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td colspan="2">=MEDIANA(B3:B10)</td></tr> </table>	Calificaciones		7		8		8		9		9	$Me = 9$	10		10		10		=MEDIANA(B3:B10)		<table border="1"> <tr><td>Calificaciones</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td>$Mo = 10$</td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr><td colspan="2">=MODA(B3:B10)</td></tr> </table>	Calificaciones		8		7		9		8		9	$Mo = 10$	10		10		10		=MODA(B3:B10)	
Calificaciones																																																														
8																																																														
7																																																														
9																																																														
8																																																														
9	$\bar{X} = 8.875$																																																													
10																																																														
10																																																														
10																																																														
=PROMEDIO(B3:B10)																																																														
Calificaciones																																																														
7																																																														
8																																																														
8																																																														
9																																																														
9	$Me = 9$																																																													
10																																																														
10																																																														
10																																																														
=MEDIANA(B3:B10)																																																														
Calificaciones																																																														
8																																																														
7																																																														
9																																																														
8																																																														
9	$Mo = 10$																																																													
10																																																														
10																																																														
10																																																														
=MODA(B3:B10)																																																														

*Cálculos realizados en Excel.

3. ¿Qué representa la media aritmética obtenida?

La media aritmética representa el promedio de las calificaciones obtenidas. En este caso, el estudiante tiene un promedio de 8.875 en las materias de tercero de secundaria.

4. ¿Qué representa la mediana y la moda?

La mediana representa el valor central de las calificaciones cuando se ordenan de menor a mayor. En este caso, la mediana es 9, lo que significa que la mitad de las calificaciones están por debajo de 9 y la otra mitad por encima.

La moda representa la calificación que se repite más veces. Esto indica que la calificación más común obtenida por el estudiante es 10.

5. ¿Qué relación puedes encontrar entre los resultados obtenidos de las medidas de tendencia central?

La media (8.875) es ligeramente menor que la mediana (9) y la moda (10). Esto sugiere que las calificaciones tienden a ser altas, pues la mitad de ellas son mayores o iguales a 9, con la mayoría de las notas cercanas o iguales a 10.

6. Como mejor representante de un conjunto de datos, ¿en qué situación se sugiere usar la mediana en vez de la media?

Se sugiere usar la mediana cuando hay valores atípicos (muy altos o muy bajos) que pueden distorsionar la media. La mediana es menos sensible a estos valores extremos y puede proporcionar una representación más precisa del centro de los datos.

7. ¿En qué situaciones no tiene sentido usar la media ni la mediana?

No tiene sentido usar la media ni la mediana cuando los datos son categóricos o nominales (por ejemplo, colores, tipos de comida, etc.).

La media no tiene sentido usarla cuando hay presencia de datos atípicos.

Actividad de aprendizaje 13.3

1. Analiza la dispersión en las siguientes gráficas.

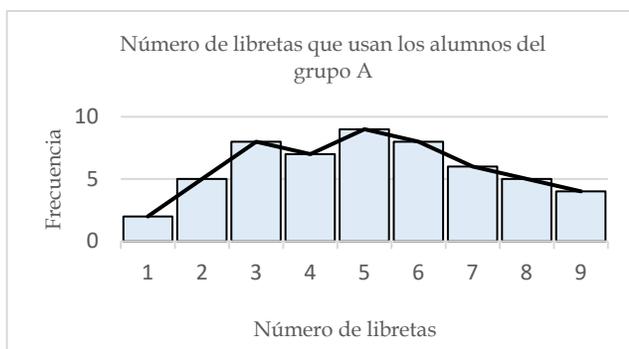


Figura 13.3. Gráfico de barras.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023)

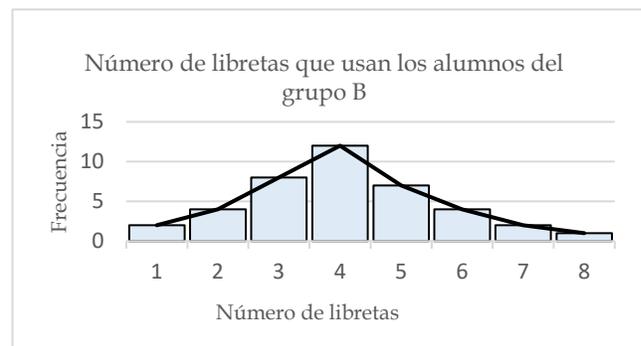


Figura 13.4. Gráfico de barras.
Fuente: Elaboración propia (Excel, 2023).

La gráfica del grupo A tiene un rango ($9 - 1 = 8$) de 8 y la del B es 7 ($8 - 1 = 7$).

2. ¿Cuál gráfica presenta mayor variabilidad? Explica tu respuesta.

Con base en los rangos obtenidos en el punto 1, la gráfica del grupo A presenta mayor variabilidad en los datos que la del grupo B.

Actividad de aprendizaje 13.4

Calcula medidas de posición y de dispersión.

1. Recaba las calificaciones de la última evaluación de Pensamiento Matemático I de al menos 15 compañeros.

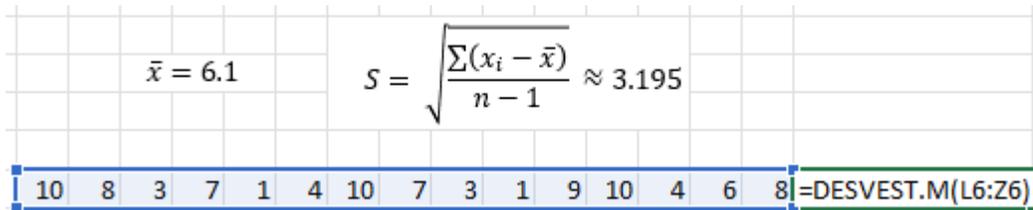
Datos: 10, 8, 3, 7, 1, 4, 10, 7, 3, 1, 9, 10, 4, 6, 8

2. Determina los números de posición.

Datos ordenados de forma ascendente: 1, 1, 3, 3, 4, 4, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 10

$$\text{Mín} = 1 ; Q_1 = 3 ; Q_2 = 7 ; Q_3 = 9 ; \text{Máx} = 10$$

3. Calcula la desviación estándar e interprétala, con base al contexto de los datos.



La desviación estándar de estas calificaciones es aproximadamente 3.195, y en un rango de 0 a 10 que pueden variar las calificaciones, esta es relativamente alta, lo que indica una dispersión considerable de las calificaciones con respecto a la media de 6.1.

Esto sugiere que hay una variabilidad significativa en el rendimiento de los estudiantes, con algunos obteniendo calificaciones muy altas (10) y otros muy bajas (1). En general, una desviación estándar alta indica una mayor heterogeneidad en el conjunto de datos. Y en el contexto de las calificaciones, podría indicar que algunos estudiantes dominan muy bien el contenido de Pensamiento Matemático I, mientras que otros tienen dificultades considerables. Esto podría deberse a diferencias en habilidades, preparación, motivación u otros factores.

4. ¿Qué relación hay entre el rango de los datos y el valor de la desviación estándar?

El rango y la desviación estándar son dos medidas diferentes de dispersión en un conjunto de datos. Aunque ambos miden la variabilidad, lo hacen de maneras distintas y tienen sus propias características y aplicaciones.

- El rango es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo en un conjunto de datos y representa la desviación máxima de los datos.
- La desviación estándar mide cuánto se desvían en promedio los valores de un conjunto de datos respecto a su media.

Ambos son medidas de dispersión que describen la variabilidad de los datos.

Si los datos tienen una mayor dispersión, tanto el rango como la desviación estándar tienden a ser más grandes.

5. Según lo aprendido, ¿en qué otros aspectos de la vida cotidiana se pueden utilizar las medidas de tendencia central y de dispersión?

Algunos ejemplos son:

- el promedio del ingreso familiar permite evaluar el nivel económico de un hogar y la desviación estándar de los gastos mensuales indica qué tan variables o estables son los gastos.
- El precio promedio de un celular en el mercado, la moda para conocer el modelo más común en ventas y la desviación estándar de las ventas mensuales, para medir su variabilidad.
- La temperatura promedio de una ciudad y la desviación estándar de las lluvias para ver su variabilidad.

6. Proporciona una situación de la vida cotidiana en donde puedas implementar lo aprendido.

En el cálculo del promedio de las calificaciones del curso, así como el cálculo de la desviación estándar para conocer qué tan dispersas están las calificaciones con respecto del promedio del grupo.

Actividad de aprendizaje 13.5

Apóyate en la siguiente calculadora para resolver los siguientes ejercicios.

<https://calculadorasonline.com/calculadoras-matematicas/>

1. En una pequeña tienda de ropa, el dueño, Juan, se enfrentaba a un desafío. Quiere fijar los precios de sus camisetas de manera que sean atractivas tanto para sus clientes como para su rentabilidad. Decidió analizar el precio de las camisetas en su localidad para tomar una decisión informada. Estos son precios que Juan recopiló de diferentes negocios y que puede considerar para tomar decisiones sobre la fijación de precios en su tienda de ropa.

\$150, \$200, \$180, \$250, \$220, \$190, \$170, \$210, \$160, \$190

- a) Calcula el precio promedio de las camisetas.

$$\bar{x} = \frac{150 + 200 + 180 + 250 + 220 + 190 + 170 + 210 + 160 + 190}{10} = \$192$$

- b) Encuentra la moda de los precios y explica su importancia para la fijación de precios.

$M_o = \$190$.

Es importante porque de esta manera se puede saber el costo más común al fijar el precio de una playera y que tenga la posibilidad de ser vendida.

- c) ¿Cómo interpretarías la mediana en el contexto de la tienda de ropa?
La posición de la mediana es

$$\frac{n + 1}{2} = \frac{10 + 1}{2} = 5.5$$

Datos ordenados: 150, 160, 170, 180, 190, 190, 200, 210, 220, 250

$$Me = \frac{\text{dato 5} + \text{dato 6}}{2} = \frac{190 + 190}{2} = 190$$

Una interpretación sería que la mitad de las playeras cuestan menos de \$190 y la otra mitad más de \$190. También podríamos decir que \$190 es un precio representativo de lo que cuesta una playera en esa tienda de ropa.

- d) Calcula el percentil 25 (Q_1) y discute su relevancia para la estrategia de precios.
El percentil 50 es la mediana, es decir, percentil 50 = \$190

Ahora, el percentil 25 (Q_1) se obtiene de los datos a la izquierda del percentil 50 (Q_2).

$$150, 160, Q_1 = 170, 180, 190$$

De donde, el percentil 25 es igual a \$170

Así, el percentil 25 (Q_1) representa el precio por debajo del cual se encuentra el 25% de las playeras más baratas, lo que nos ayuda a definir un precio de referencia bajo, permitiendo diseñar algunas estrategias de venta, tales como campañas de promociones o descuentos en las playeras.

- e) ¿Qué información proporciona el percentil 75 (Q_3) y cómo podría influir en las decisiones de fijación de precios?

Ahora, el percentil 75 (Q_3) se obtiene de los datos a la derecha del percentil 50 (Q_2).

$$190, 200, Q_3 = 210, 220, 250$$

De donde, el percentil 75 es igual a 210

El percentil 75 define un punto de referencia para los precios más altos de las playeras que se venden en las diferentes tiendas de ropa. Estas playeras representan el 25% de las playeras más caras, lo que pudiera indicar que tienen alguna característica, como tela de mayor calidad. Monitorear Q_3 a través del

tiempo puede indicar cambios en las preferencias de los clientes hacia productos más económicos o más caros.

- f) ¿Por qué podría ser útil considerar diferentes estrategias de precios para distintos percentiles?

Esto permite realizar una mejor toma de decisiones respecto a la fijación de precios. Por ejemplo, los precios más bajos de las playeras que se encuentran debajo del percentil 25 permiten alcanzar a la base de consumidores de menores recursos. Monitorear los precios de la competencia por percentiles ayuda a definir mejor una estrategia de precio bajo que haga más atractiva comprar en la tienda de ropa de Juan. De esta manera, los percentiles facilitan medir la sensibilidad de la demanda a cambios de precios para distintos niveles de ingreso de los clientes.

- g) Calcula el rango de los precios de las camisetas y explora, ¿cómo podría ser utilizado para establecer precios mínimos y máximos?

150, 160, 170, 180, 190, 190, 200, 210, 220, 250

$$\text{Rango de precios} = \text{precio mayor} - \text{precio menor} = 250 - 150 = 100$$

Con el rango de precios, Juan podría establecer precio mínimo en \$150, que es el precio más bajo de las playeras y esto ayuda atraer clientes que les interese conseguir playeras a un precio bajo. Por otra parte, el precio máximo \$250, considerando a aquellos clientes que dispuestos a pagar más por una playera. Juan puede ofrecer descuentos a partir del precio máximo para generar una percepción de oferta. Podría usar el precio de \$150 para las playeras económicas y el de \$250 para playeras con alguna característica especial y precios intermedios para líneas de gama media.

- h) Analiza la varianza y la desviación estándar, ¿cómo podrían estas medidas influir en la estabilidad de los precios en la tienda?

La varianza de la muestra es: $S^2 \approx 884.44$ *

La desviación estándar de la muestra es: $S \approx 29.74$ *

* Datos obtenidos en <https://calculadorasonline.com/calculadoras-matematicas/>

La varianza y la desviación estándar son brindan información valiosa sobre la variabilidad de los precios de las playeras de la tienda de Juan, lo cual puede influir en la estabilidad de los mismos. Una desviación estándar alta (\$29.74 sobre una media de \$192 en un rango de \$100) indica una gran dispersión de los precios respecto al promedio, lo que sería difícil para Juan posicionarse con su marca en

las mentes de los clientes. En otro caso, con tanta dispersión en los precios, para Juan también sería complicado tener una estrategia de descuentos coherentes, ya que no serían tan atractivos para los clientes.

- i) ¿Qué estrategias de fijación de precios podrías recomendar basándote en las medidas de tendencia central?

En este caso, utilizar la mediana, debido a que no hay presencia de valores atípicos, por lo que representa un precio más estable y coherente, permitiendo considerar tanto a los clientes que pagarían más o menos por el tipo de playeras que va a vender Juan. Otra estrategia puede ser, utilizar la moda de los precios de las playeras, ya que es el precio más común o que se observa con mayor frecuencia, dando cierta seguridad de que es un precio accesible para los clientes.

- j) Considera la dispersión de precios, ¿cómo podrías sugerir a Juan que ajuste sus precios para mantener una gama atractiva pero consistente?

Identificar los precios extremos que están muy alejados del promedio, por ejemplo, el precio de \$250. De ahí, se puede establecer un nuevo margen de precios desde \$150 hasta \$220 a partir de las diferentes medidas de tendencia central y de dispersión.

2. Se registra la temperatura en °C de los últimos 20 días: 32, 34, 35, 36, 37, 37, 36, 38, 30, 40, 41, 42, 42, 40, 39, 38, 37, 36, 34, 33, determina las medidas de tendencia central, de posición y de dispersión.

Medidas de tendencia central

Media

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20}$$

$\bar{X} = 36.85$

Mediana

Para calcular la mediana primero debemos ordenar los datos de forma ascendente:

30, 32, 33, 34, 34, 35, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 37, 38, 38, 39, 40, 40

Como el número total de datos, N, es par tendremos como valores centrales son 37 y 37.

$$M_e = \frac{37 + 37}{2}$$

$M_e = 37$

Moda

$M_o = 36, 37$

$$\bar{X} = 36.85 \text{ °C} \quad Me = 37 \text{ °C} \quad Mo = 36 \text{ °C y } 37 \text{ °C}$$

Medidas de posición

Dato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Temp. °C	30	32	33	34	34	35	36	36	36	37	37	37	38	38	39	40	40	41	42	42

$$\text{Mínimo} = 30$$

$$\text{Máximo} = 42$$

$$Q_2 = \frac{\text{dato 10} + \text{dato 11}}{2} = \frac{37 + 37}{2} = 37^\circ$$

Q_1 es la mediana de los datos a la izquierda de Q_2

$$Q_1 = \frac{10 + 1}{2} = \frac{11}{2} = 5.5 = \frac{\text{dato 5} + \text{dato 6}}{2} = \frac{34 + 35}{2} = 34.5^\circ$$

Q_3 es la mediana de los datos a la derecha de Q_2

$$Q_3 = \frac{\text{dato 15} + \text{dato 16}}{2} = \frac{39 + 40}{2} = 39.5^\circ$$

Tabla de resultados	
Medidas de posición	Temperatura
Mínimo	30
Q_1	34.5°
Q_2	37°
Q_3	39.5°
Máximo	42

Medidas de dispersión para una población

Primero calculamos la media

$$\mu = \frac{\sum x}{N} = \frac{737}{20} = 36.85$$

Ahora procedemos a calcular la Varianza σ^2

x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
32	-4.85	23.523
34	-2.85	8.123
35	-1.85	3.423
36	-0.85	0.723
37	0.15	0.022
37	0.15	0.022
36	-0.85	0.723
38	1.15	1.322
30	-6.85	46.923
40	3.15	9.922
41	4.15	17.222
42	5.15	26.522
42	5.15	26.522
40	3.15	9.922
39	2.15	4.622
38	1.15	1.322
37	0.15	0.022
36	-0.85	0.723
34	-2.85	8.123
33	-3.85	14.823
Σ	0	204.55

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \mu)^2}{N} = \frac{204.55}{20} = 10.228$$

$$\sigma^2 = 10.228$$

Por último también calcularemos la Desviación Estándar
 σ

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{10.228} = 3.198$$

La distribución normal

Progresión de aprendizaje 14

Evaluación diagnóstica.

Responde las siguientes situaciones.

1. Relaciona el concepto con su definición.

Concepto	Definición
I. ¿Para qué se utilizan las medidas de tendencia central?	a) Se utilizan para medir qué tan alejados están los datos de las medidas de tendencia central.
II. ¿Para qué se utilizan las medidas de dispersión?	b) Medidas de tendencia central, medidas de dispersión y medidas de posición.
III. ¿Para qué se utilizan las medidas de posición?	c) Se utilizan para resumir un conjunto de datos.
IV. Tipos de medidas estadísticas.	d) Se utilizan para dividir al conjunto de datos en partes iguales.

A) Ia, IIb, IIIc, IVd B) Ic, IIa, IIIId, IVb C) Ic, IIa, IIIb, IVd D) Ia, IIb, IIIId, IVc

Respuesta correcta: B) Ic, IIa, IIIId, IVb

2. Define probabilidad

- ✓ La probabilidad es una medida que expresa la posibilidad de que ocurra un evento (LuzIA)
- ✓ La probabilidad es una medida numérica de la posibilidad de que ocurra un evento particular. (ChatGPT)
- ✓ Se define la probabilidad frecuentista o empírica de un suceso A , representada por $P(A)$ como el valor obtenido para la frecuencia relativa con que se observa A , en un número grande de repeticiones del experimento. (Libro de probabilidad, Plan 2018)

3. La curva normal es simétrica alrededor de la media, con un área de 0.5000 en cada lado de la media.

- A) Verdadero
- B) Falso

Respuesta correcta: A) Verdadero

Actividad de aprendizaje 14.1

Calcula las probabilidades utilizando la distribución normal.

Calcula la probabilidad de que un estudiante elegido al azar mida más de 175 cm.

Resolución:

Para calcular la probabilidad tienes que calcular el área sombreada bajo la curva, usando la Tabla 14.1.

Por lo anterior, estandariza el valor de $x = 175$.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{175 - 164.1}{9.89} = \frac{10.9}{9.89} = 1.1021$$

Figura. 14.8. Altura de una estudiante.

Fotografía: César Pilar Quintero (Android, 2023)



Consulta la Tabla 14.1 y determina el área bajo la curva para $z = 1.1021$

Para este caso, la probabilidad de que un estudiante elegido al azar mida más de 175 cm, observando la Figura 14.6, es:

Tabla de distribución normal (Z)										
Z	0.0000	0.0100	0.0200	0.0300	0.0400	0.0500	0.0600	0.0700	0.0800	0.0900
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015

$$P(z > 1.1021) = 1 - 0.8643 = 0.1357 \text{ o } 13.57 \%$$

Mediante la aplicación *Probability Distributions*, usando la variable aleatoria estandarizada $Z \sim N(0, 1)$.

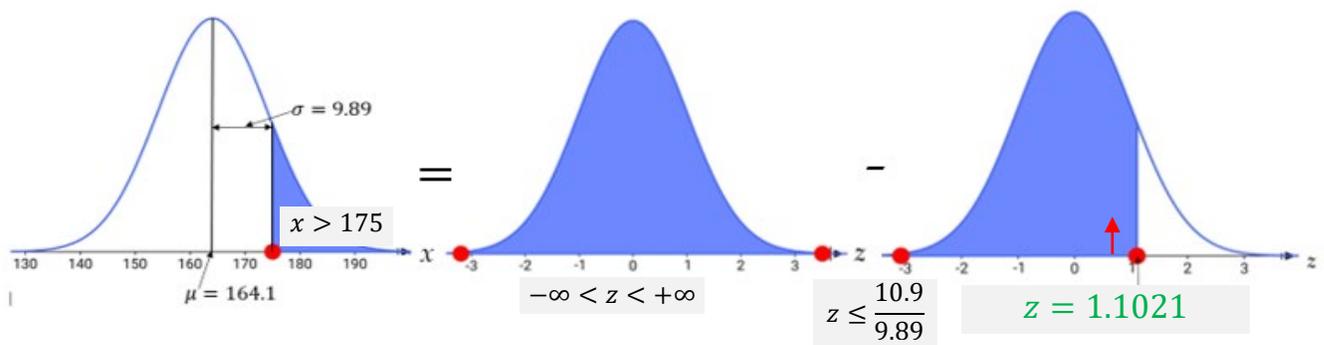


Figura 14.7. Probabilidad de que un estudiante elegido al azar mida más de 175 cm.
Fuente: Elaboración propia (GeoGebra, 2023)

Actividad de aprendizaje 14.2

Con apoyo del resultado obtenido en la Actividad de aprendizaje 14.1 determina lo siguiente, ¿cuántos estudiantes esperas que midan más de 175 cm?

Planteamiento

Total, de estudiantes: **170**

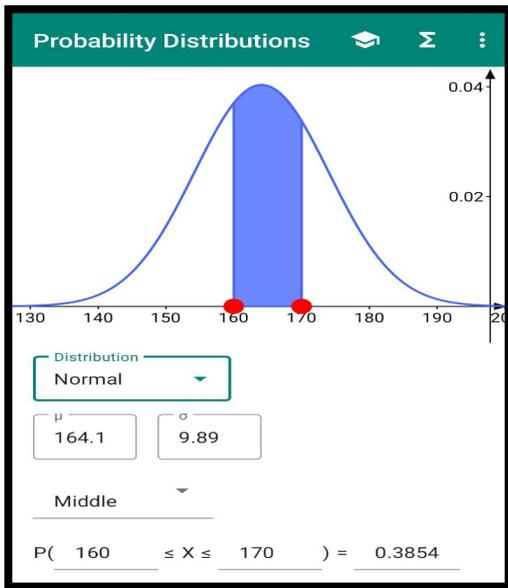
Probabilidad de que un estudiante elegido al azar mida más de 175 cm: **0.1357**

Por lo anterior la cantidad de estudiantes que se espera que midan más de 175 centímetros es; **(170) (0.1357) = 23.07 o 23** estudiantes.

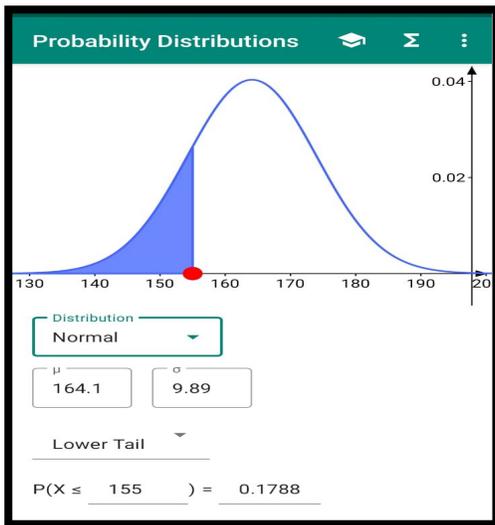
Actividad de aprendizaje 14.3.

Con referencia en la Actividad de aprendizaje 14.1 obtén la probabilidad de que la estatura del estudiante elegido se encuentre:

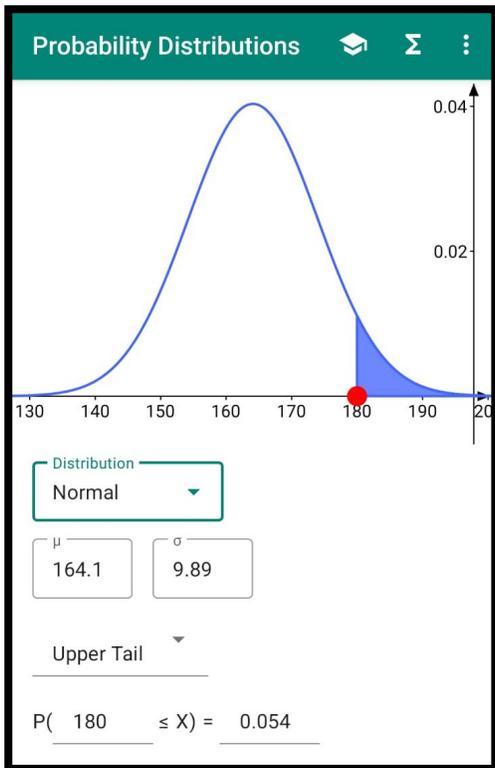
- Entre 160 cm y 170 cm; $P(160 < x < 170) = 0.3854$ o **38.54 %**



2. Sea menor que 155 cm; $P(x < 155) = 0.1788$ o 17.88 %



3. Sea mayor que 180 cm; $P(x > 180) = 0.054$ o 5.4 %



Actividad de aprendizaje 14.4

Responde la siguiente situación.

Un estudiante de la Unidad Académica Preparatoria **La Cruz** entra a la escuela a las **7:00 a.m** y hace un promedio de **20.5** minutos desde que sale de su casa hasta que llega a su escuela, con una desviación estándar de **2.9** minutos. Supón que la distribución de los tiempos de viaje es normal. Si siempre sale de su casa a las **6:40 a.m.**, ¿qué porcentaje de las veces llegará tarde?

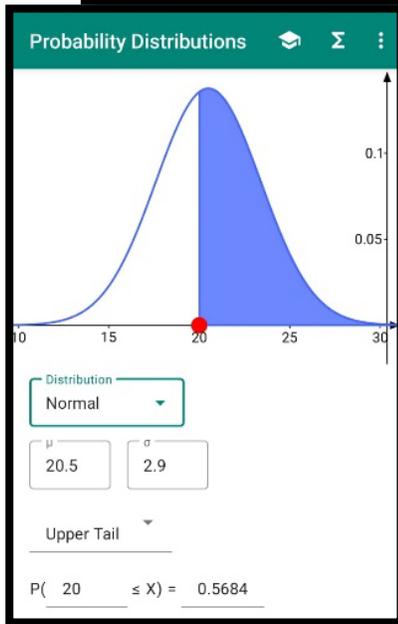
Probabilidad: $P(x > 20) = 0.5684$ o **56.84 %**

Resolución:

Elaborar una tabla con el registro de tiempo que dura en llegar a la escuela el o la estudiante, calcular la media y desviación estándar. En nuestro caso la tabla se realizó en la hoja de cálculo de Microsoft Excel.

Tiempos registrado en minutos para llegar a la escuela									
21	22	22	20	19	22	20	21	18	17
16	19	15	18	22	16	18	21	23	25
20	20	17	20	19	22	20	20	20	19
21	25	23	20	18	20	23	21	21	24
23	23	23	19	18	16	16	22	25	21
18	18	24	25	24	22	22	23	24	17
20	18	19	15	24	16	16	16	25	15
22	21	16	19	25	25	23	24	21	24
23	22	22	15	24	20	22	18	25	20
21	17	23	24	22	16	16	21	19	20

Media de tiempo: $\mu = 20.5$ minutos
 desviación estándar de $\sigma = 2.9$ minutos



Nota: usando la aplicación Probability Distributions

Sea mayor que 20 minutos; $P(x > 20) = 0.5684$ o 56.84 %

Respuesta: El porcentaje de las veces que llegará tarde será 56.84 %

Actividad de aprendizaje 14.5

Realiza una encuesta (40 personas) entre familiares y/o vecinos. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente obtener la probabilidad de que la persona elegida se encuentre:

- 10 kg arriba de la media.
- 5 kg abajo de la media.
- Entre 5 kg abajo de la media y 10 kg arriba de la media.

Resolución:

Elaborar una tabla con el registro de pesos de familiares y/o vecinos calcular la media y desviación estándar. En nuestro caso la tabla se realizó en la hoja de cálculo de Microsoft Excel.

Pesos registrados de familiares y/o vecinos en kilogramos									
62	75	70	60	62	77	85	65	67	85
73	64	60	89	86	77	77	85	79	67
64	60	65	70	70	79	89	89	83	83
66	66	60	72	66	70	64	73	64	79
61	61	72	71	71	86	81	84	79	83

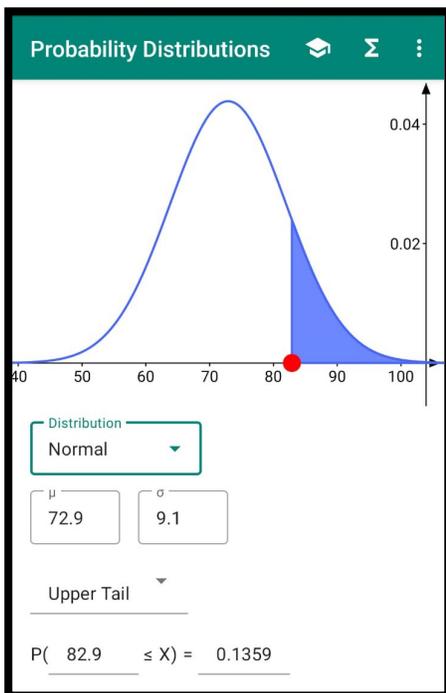
Media de tiempo: $\mu = 72.9$ kilogramos
Desviación estándar de $\sigma = 9.1$ kilogramos

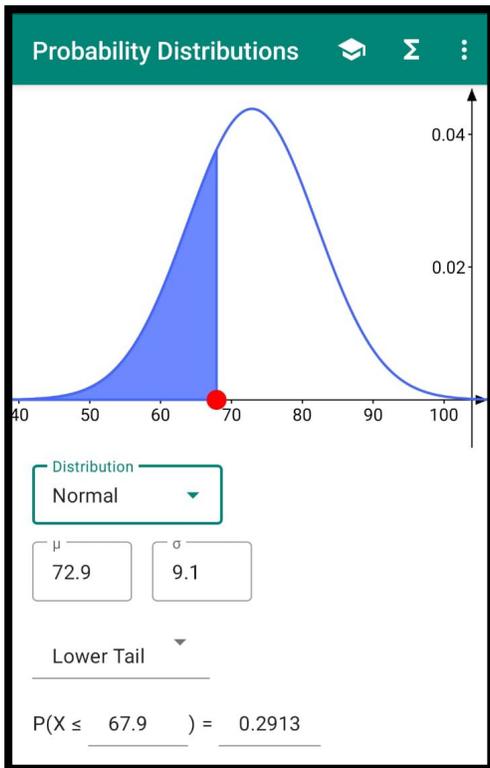
Nota: usando la aplicación Probability Distributions

a) 10 kg arriba de la media.
Sea mayor que 82.9 kilogramos;

$$P(x > 82.9) = 0.1359 \text{ o } 13.59 \%$$

Respuesta: La probabilidad de que la persona elegida se encuentre 10 kilogramos arriba de la media es $P(x > 82.9) = 0.1359$ o 13.59 %





b) 5 kg abajo de la media.
Sea menor que 67.9 kilogramos;

$$P(x < 67.9) = 0.2913 \text{ o } 29.13\%$$

Respuesta: La probabilidad de que la persona elegida se encuentre 5 kilogramos abajo de la media es:

$$P(x < 67.9) = 0.2913 \text{ o } 29.13\%$$

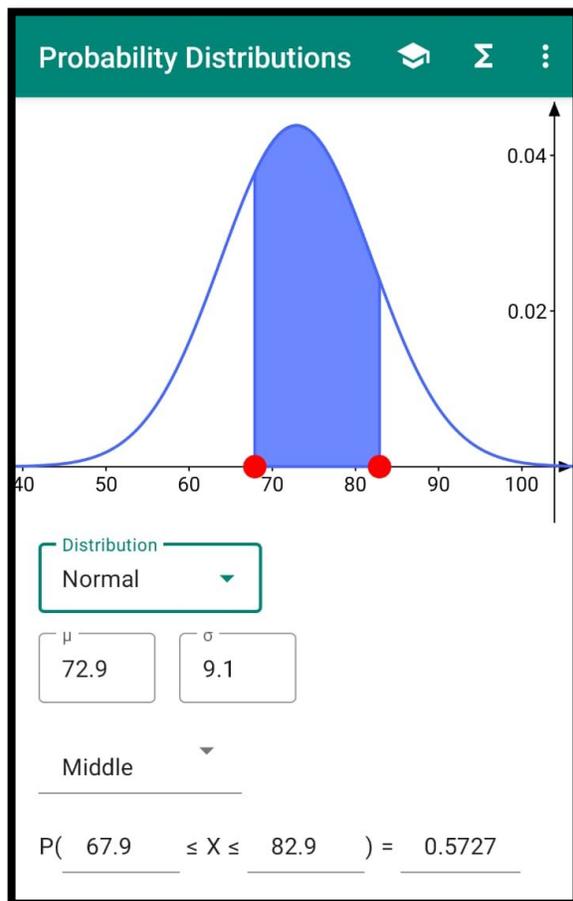
c) Entre 5 kg abajo de la media y 10 kg arriba de la media.

Sea entre 67.9 kilogramos y 82.9 kilogramos;

$$P(67.9 < x < 82.9) = 0.5727 \text{ o } 57.27\%$$

Respuesta: La probabilidad de que la persona elegida se encuentre entre 5 kg abajo de la media y 10 kg arriba de la media es:

$$P(67.9 < x < 82.9) = 0.5727 \text{ o } 57.27\%$$



Inferencias estadísticas basadas en la distribución normal

Progresión de aprendizaje 15

Evaluación diagnóstica

Activa los conocimientos previos respondiendo las siguientes situaciones; luego compara los resultados en plenaria.

1. Relaciona el concepto con su definición.

Concepto

- I. ¿Qué es la estadística inferencial?
- II. ¿Cuál es el objetivo de la estadística inferencial?
- III. Principales usos de la estadística inferencial
- IV. Tipos de estadística inferencial

Definición

- a) Es hacer generalizaciones precisas sobre una población a partir de una muestra de datos obtenidos de esa población.
- b) Pruebas de hipótesis, Teorema de límite central.
- c) Es una rama de la estadística que se enfoca en hacer conclusiones y generalizaciones sobre una población a partir de la información obtenida de una muestra de la misma.
- d) En investigación científica, en negocios, en salud, en política.

A) Ia, IIb, IIIc, IVd B) Ic, IIa, IIIId, IVb C) Ic, IIa, IIIb, IVd D) Ia, IIb, IIIId, IVc

Respuesta correcta: B) Ic, IIa, IIIId, IVb

2. Una curva normal es una curva en forma de campana con un área total bajo la curva igual a 1.

- A) Verdadero
- B) Falso

Respuesta correcta: Verdadero

3. La curva normal es _____ alrededor de la media, con un área de 0.5000 en cada lado de la media.

Respuesta correcta: Simétrica

Actividad de aprendizaje 15.1

Completa la siguiente tabla calculando la media aritmética de cada una de las muestras por jaba.

Para calcular la media aritmética de cada muestra, usa la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Jaba	Peso en gramos por manzana															Media aritmética de la muestra
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	\bar{x}
1	168	165	166	165	164	168	167	163	164	168	168	167	166	162	166	165.8
2	164	167	166	167	165	164	165	166	168	166	168	165	167	168	166	166.1
3	166	165	168	163	162	168	168	166	163	166	167	167	165	167	162	165.5
4	163	165	166	163	164	163	164	165	166	165	162	165	167	164	167	164.6
5	166	167	166	165	165	163	164	168	166	162	166	168	163	168	166	165.5
6	163	163	162	162	164	165	166	167	167	166	165	162	166	167	166	164.7
7	163	166	163	163	162	167	163	165	165	165	165	166	163	162	162	164.0
8	162	163	163	163	163	166	162	164	166	168	165	164	165	167	164	164.3
9	162	166	165	165	168	165	166	164	168	166	162	164	162	167	167	165.1
10	162	164	163	165	162	164	163	164	162	164	166	163	168	162	165	163.8
11	168	165	165	167	166	163	166	163	162	168	168	166	162	166	168	165.5
12	167	162	166	163	165	168	162	166	167	166	165	167	165	165	166	165.3
13	164	165	162	163	168	167	165	162	167	163	165	165	162	168	166	164.8
14	168	166	162	166	167	164	168	163	165	164	165	164	162	165	166	165.0
15	162	167	168	165	163	163	162	166	164	163	168	163	162	166	168	164.7
16	165	163	168	164	168	166	168	166	166	162	162	167	166	164	163	165.2
17	164	163	167	167	164	162	166	165	168	166	166	167	167	167	163	165.4
18	162	164	163	167	167	163	165	164	168	166	163	168	166	164	164	164.9
19	164	166	164	166	164	167	167	168	164	163	165	167	166	167	167	165.6
20	164	162	164	163	163	164	166	168	164	165	162	165	166	163	163	164.1
21	168	165	167	167	168	164	164	165	167	166	165	168	163	165	167	165.9
22	168	163	164	164	164	168	168	166	163	163	166	166	167	163	168	165.4
23	167	167	165	162	166	165	165	165	168	165	165	168	165	166	165	165.6
24	162	163	163	162	166	166	168	168	167	167	166	167	165	167	165	165.4
25	163	167	165	164	166	165	163	167	165	165	163	162	164	167	167	164.8
26	165	164	165	165	164	165	163	166	167	165	163	164	165	162	168	164.7
27	163	164	167	163	163	164	163	163	164	168	166	167	168	167	167	165.1
28	162	166	167	164	165	166	163	167	164	163	165	166	164	168	168	165.2
29	163	165	166	168	166	167	167	164	168	166	168	166	162	167	166	165.9
30	163	164	167	167	163	163	167	166	162	166	166	162	166	162	168	164.8

Actividad de aprendizaje 15.2

1. Completa la siguiente tabla usando los datos obtenidos en la tabla de la Actividad de aprendizaje 15.1 y calcula la media aritmética de la población (μ).

Peso promedio en gramos de las 30 jabas de manzana roja delicia									
165.8	166.1	165.5	164.6	165.5	164.7	164.0	164.3	165.1	163.8
165.5	165.3	164.8	165.0	164.7	165.2	165.4	164.9	165.6	164.1
165.9	165.4	165.6	165.4	164.8	164.7	165.1	165.2	165.9	164.8

2. Para estimar la media aritmética de la población usa la fórmula:

$$\mu = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_n}{n}$$

$$\mu = \frac{4952.7}{30} = 165.1$$

Se **infiere** que $\mu = 165.1$ gramos por manzana. Ahora, si el rango de peso medio solicitado por los empresarios es de 164 - 166 gramos, entonces, César David y Raséc Mateo **sí** podrán realizar la venta de las 30 jabas a los empresarios de las diversas fruterías de la comunidad, dado que $\mu = 165.1$ y **está** en el rango solicitado

Actividad de aprendizaje 15.3

Inferencia estadística.

Las y los jóvenes estudiantes del grupo 1-1 en la Unidad Académica Preparatoria **La Cruz** tienen una plantación de manzanas verde Granny Smith; en su primer corte cosecharon 40 cajas, mismas que están a la venta, pero para lograrlo, las manzanas deben estar en un rango de peso de **184 - 186** gramos de acuerdo a su media aritmética poblacional. Realiza inferencia estadística para conocer si se puede hacer la venta. *Justifica tu respuesta.*



Figura 15.1. Peso de una manzana.
Fotografía: César Pilar Quintero (Androi, 2023).



Nota: Para obtener el peso de cada manzana en las muestras aleatorias de cada jaba; debes visitar los lugares donde están a la venta y pesar cada una de las muestras. Te puedes apoyar con el siguiente archivo para obtener los resultados de los diversos cálculos; <https://qr.page/g/2H6eHB317a9>

QR 15.1. Archivo complementario para la Actividad de aprendizaje 15.3.
Fuente: Parzibyte, 2023

Peso en gramos de las manzanas verdes Granny Smith, clasificado por caja y su media aritmética

Jaba	Peso en gramos por manzana															Media aritmética de la muestra
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	182	186	182	182	189	180	187	181	190	190	184	187	181	186	183	184.7
2	184	189	182	185	184	186	183	185	186	181	189	189	187	186	188	185.6
3	181	182	184	181	187	189	183	183	190	187	183	187	183	180	185	184.3
4	182	188	185	183	183	182	187	189	189	189	190	181	188	186	180	185.5
5	182	180	184	188	181	185	186	190	184	182	183	180	184	183	182	183.6
6	190	188	186	181	190	186	180	189	182	186	186	183	181	181	188	185.1
7	186	185	183	186	187	181	184	188	186	188	190	190	187	186	187	186.3
8	186	185	188	181	190	187	185	186	187	188	189	181	189	180	180	185.5
9	185	184	183	186	188	186	184	189	187	185	186	186	185	189	186	185.9
10	189	182	180	187	184	183	185	188	190	185	180	181	185	180	183	184.1
11	190	184	184	186	183	186	188	180	190	188	180	182	181	185	187	184.9
12	185	187	190	183	189	185	183	186	186	182	189	186	190	183	183	185.8
13	185	181	183	183	182	181	190	188	187	182	190	186	182	187	189	185.1
14	183	182	188	188	190	189	180	181	189	183	186	187	180	185	182	184.9
15	190	185	188	186	184	181	186	189	190	184	182	189	183	182	182	185.4
16	187	189	180	189	185	180	190	183	185	182	184	181	185	190	183	184.9
17	184	185	186	182	182	189	185	182	181	180	190	180	189	181	184	184.0
18	188	183	185	188	182	190	190	185	180	188	186	186	185	182	185	185.5
19	181	188	187	181	189	189	183	183	183	190	187	190	188	190	182	186.1
20	183	189	186	180	189	185	182	180	190	189	188	184	184	190	186	185.7
21	188	188	186	190	186	186	185	186	190	187	182	184	187	189	189	186.9
22	185	185	189	189	188	184	180	190	180	183	182	181	180	183	190	184.6
23	189	190	185	186	182	189	190	183	182	190	182	188	183	185	187	186.1
24	190	187	188	188	188	182	182	188	188	181	187	185	183	184	180	185.4
25	186	183	185	189	185	189	187	181	188	187	182	185	184	188	184	185.5
26	188	187	182	190	189	188	183	190	182	180	186	186	188	189	186	186.3
27	184	180	185	181	180	189	184	181	190	184	181	187	180	183	187	183.7
28	180	189	190	188	180	180	190	184	180	181	184	186	180	182	187	184.1
29	190	188	181	182	187	189	189	187	180	187	188	188	180	187	186	185.9
30	183	186	187	184	189	189	185	185	185	189	188	185	185	180	181	185.4
31	183	183	180	184	185	184	186	189	184	186	185	186	183	183	190	184.7
32	184	188	185	186	183	183	188	187	183	186	181	182	180	182	187	184.3
33	181	180	182	180	186	183	180	189	183	185	187	181	189	190	182	183.9
34	183	186	180	184	185	189	181	183	180	188	183	181	186	190	184	184.2

35	186	186	187	187	180	184	184	186	186	186	190	181	182	185	181	184.7
36	183	189	183	183	188	182	180	187	184	189	186	182	181	184	181	184.1
37	189	190	188	182	183	183	181	184	182	187	186	188	186	183	184	185.1
38	181	186	183	183	180	187	188	187	182	182	185	187	190	189	184	184.9
39	181	180	187	184	185	188	182	182	188	186	181	181	186	181	184	183.7
40	184	186	182	189	188	186	182	188	188	189	180	187	182	180	183	184.9
Media aritmética del conjunto es aproximadamente a la media aritmética de la población :															85.1	

Peso medio en gramos de la muestra de manzana verdes Granny Smith por jaba									
184.7	185.6	184.3	185.5	183.6	185.1	186.3	185.5	185.9	184.1
184.9	185.8	185.1	184.9	185.4	184.9	184.0	185.5	186.1	185.7
186.9	184.6	186.1	185.4	186.3	186.7	183.7	184.1	185.9	185.4
184.7	184.3	183.9	184.2	184.7	184.1	185.1	184.9	183.7	184.9

Para estimar la media aritmética de la población usa la fórmula:

$$\mu = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \dots + \bar{X}_n}{n}$$

$$\mu = \frac{7402.5}{40} = 185.1$$

Se **infiere** que $\mu = 185.1$ gramos por manzana. Ahora, si el rango de peso medio solicitado es de 184-186 gramos, entonces, el grupo 1-1 de la UAP La Cruz sí podrá realizar la venta de las 40 jabas, dado que $\mu = 185.1$ y está en el rango solicitado.

Caso 1	Caso 2	Caso 3
$H_0: \mu = x_0$ $H_1: \mu \neq x_0$	$H_0: \mu \geq x_0$ $H_1: \mu < x_0$	$H_0: \mu \leq x_0$ $H_1: \mu > x_0$

Actividad de aprendizaje 15.4.

Selecciona un caso de la tabla anterior de acuerdo a la condición que describió el docente de Pensamiento Matemático I sobre la estatura de la población estudiantil en el ciclo escolar actual.

Caso: 3; hipótesis nula $H_0: \mu \leq x_0$; hipótesis alternativa $H_1: \mu > x_0$.

Actividad de aprendizaje 15.5

Considera una **cantidad grande** de muestras (medir estaturas de estudiantes del ciclo escolar actual) y posteriormente, con apoyo de la tabla anterior selecciona el estadístico de prueba.

Medidas (estatura) de estudiantes del ciclo escolar 2024-2025, en centímetros				
157	155	174	142	176
164	140	190	179	172
157	167	152	157	158
147	189	179	182	175
172	141	187	157	149
171	187	146	182	176
168	144	157	173	164
167	186	158	170	187
145	188	159	143	152
157	167	152	157	158

Figura 15.2. Estatura de un estudiante.
Fotografía: César Pilar Quintero (Androi, 2023).

$$\bar{x} = 165.4 \text{ cm}$$

$$s = 15.2 \text{ cm}$$

$$n = 50$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Nota: El cálculo de la \bar{x} y s , se apoyó con la aplicación de Microsoft Excel

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{165.4 - 160}{\frac{15.2}{\sqrt{50}}} \cong \frac{5.4}{2.1} \approx 2.57$$

Actividad de aprendizaje 15.6

Realiza el cálculo para conocer el valor del estadístico de prueba (en este caso z) retomando la información de la actividad anterior.

$$\mu > 160; \quad \bar{x} = 165.4; \quad s = 15.2; \quad n = 50; \quad z \approx 2.57$$

Caso 1	Caso 2	Caso 3
$H_0: \mu = x_0$ $H_1: \mu \neq x_0$	$H_0: \mu \geq x_0$ $H_1: \mu < x_0$	$H_0: \mu \leq x_0$ $H_1: \mu > x_0$
Valor crítico para $\alpha = 0.05$	Valor crítico para $\alpha = 0.05$	Valor crítico para $\alpha = 0.05$
$-z_{\alpha/2} = -1.96$ y $z_{\alpha/2} = 1.96$	$-z_{\alpha} = -1.645$	$z_{\alpha} = 1.645$

Tabla de distribución normal Z									
z	0.06		z	0.04	0.05		z	0.04	0.05
-1.9	0.0250		-1.6	0.0505	0.0495		1.6	0.9495	0.9505
1.9	0.9750								

Actividad de aprendizaje 15.7

Selecciona el valor crítico, tomando en cuenta la estatura media de la población del ciclo escolar actual (μ) establecida por el docente de Pensamiento Matemático I al inicio de tema.

$\mu > 160$; valor crítico $z_{\alpha} = 1.645$

Actividad de aprendizaje 15.8

Acepta o rechaza la hipótesis nula según sea el caso, con apoyo de la Actividad de aprendizaje 15.6 retoma el resultado del *estadístico de prueba* z y de la Actividad de aprendizaje 15.7 retoma el valor crítico. Así mismo, interpreta el resultado.

1. $H_0: \mu > 160$; valor crítico: $z_{\alpha} = 1.645$; valor de $z \approx 2.57$

2. Selecciona según sea el caso:

Caso 3. Se acepta H_0 si $z < 1.645$; en caso contrario, se rechaza H_0 y se acepta H_1 .

3. Se acepta o rechaza la hipótesis nula $H_0: \mu > 160$

4. Interpretación del resultado:

Al ser $z > z_{\alpha}$ (es decir $2.57 > 1.645$) se rechaza la hipótesis nula, H_0 , por lo que se acepta H_1 . En consecuencia, hay evidencia suficiente para afirmar que la estatura media de la población estudiantil en el ciclo escolar actual es mayor que 160 centímetros.



Figura 15.3.
Estatura de una estudiante.
Fotografía: César Pilar Quintero
(Androi, 2023)

Actividad de aprendizaje 15.9

Resuelve la siguiente situación. En una Unidad Académica Preparatoria, en el ciclo escolar 2023-2024, se obtuvo el peso medio de la población estudiantil de **61.7** kilogramos y con una desviación estándar de **14.1** kilogramos.

1. En el ciclo escolar actual el docente de Pensamiento Matemático I asegura que el peso medio de la población estudiantil es $(\mu) < 60$ kilogramos.

2. Ayuda al docente de Pensamiento Matemático I a resolver la situación utilizando inferencia estadística con una *prueba de hipótesis*.



Figura 15.4. Peso de una estudiante.

Fuente: Fotografía: César Pilar Quintero (Androi, 2023).

Paso 1: formular hipótesis

Caso 1	Caso 2	Caso 3
$H_0: \mu = x_0$ $H_1: \mu \neq x_0$	$H_0: \mu \geq x_0$ $H_1: \mu < x_0$	$H_0: \mu \leq x_0$ $H_1: \mu > x_0$

Caso: 2: hipótesis nula $H_0: \mu \geq x_0$; hipótesis alternativa $H_1: \mu < x_0$.

Paso 2: Selecciona un estadístico de prueba

Estadísticos de prueba (en una prueba de hipótesis de la media poblacional)		
Varianza conocida	Varianza desconocida, muestra grande (≥ 30)	Varianza desconocida, muestra chica (< 30)
$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$
\bar{x} es la media aritmética de la muestra. μ es la media aritmética de la población. σ es la desviación estándar de la población n es el tamaño de la muestra.	\bar{x} es la media aritmética de la muestra. μ es la media aritmética de la población. s es la desviación estándar de la muestra como estimación de σ . n es el tamaño de la muestra.	\bar{x} es la media aritmética de la muestra. μ es la media aritmética de la población. s es la desviación estándar de la muestra como estimación de σ . n es el tamaño de la muestra.

Pesos (kilogramos) de estudiantes del ciclo escolar 2024-2025, en centímetros				
45	66	76	75	63
71	63	65	74	60
59	67	76	49	76
66	46	42	70	80
51	47	64	41	71
50	50	70	59	59
70	49	56	52	52
55	73	58	53	71
71	66	51	55	49
66	46	42	70	80

$$\bar{x} = 60.7 \text{ cm}$$

$$s = 11.1 \text{ cm}$$

$$n = 50$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Nota: Para el cálculo de la \bar{x} y s , se apoyó con la aplicación de Microsoft Excel.

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{60.7 - 60}{\frac{11.1}{\sqrt{50}}} \cong \frac{0.7}{1.57} \approx 0.45$$

Paso 3: Calcula el estadístico de prueba y define el nivel de confianza para conocer el valor crítico.

$$\mu < 60; \quad \bar{x} = 60.7; \quad s = 11.1; \quad n = 50; \quad z \approx 0.45$$

Caso 1	Caso 2	Caso 3
$H_0: \mu = x_0$ $H_1: \mu \neq x_0$	$H_0: \mu \geq x_0$ $H_1: \mu < x_0$	$H_0: \mu \leq x_0$ $H_1: \mu > x_0$
Valor crítico para $\alpha = 0.05$	Valor crítico para $\alpha = 0.05$	Valor crítico para $\alpha = 0.05$
$-z_{\alpha/2} = -1.96$ y $z_{\alpha/2} = 1.96$	$-z_{\alpha} = -1.645$	$z_{\alpha} = 1.645$

$$\mu < 60; \text{ valor crítico } -z_{\alpha} = -1.645$$

Paso 4: Aceptar o rechazar la hipótesis nula H_0

$$H_0: \mu \geq 60; \quad \text{valor crítico: } -z_{\alpha} = -1.645; \quad \text{valor de } z \approx 0.45$$

- **Caso 2.** Se acepta H_0 sí $z > -1.645$; en caso contrario, se rechaza H_0 y se acepta H_1 .

3. Interpretación del resultado:

Al ser $z > -z_{\alpha}$ (es decir $0.45 > -1.645$) se acepta la hipótesis nula H_0 . En consecuencia, no hay evidencia suficiente para afirmar que el peso promedio en kilogramos de la población estudiantil en el ciclo escolar actual es $\mu < 60$ kilogramos.